

Wykorzystanie wzoru na osiadanie płyty statycznej do określenia naprężenia pod podstawą kolumny betonowej

Prof. dr hab. inż. Zygmunt Meyer, mgr inż. Krzysztof Żarkiewicz

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Budownictwa i Architektury

Głównym celem stosowania kolumn w fundamentach obiektów budowlanych jest przekazanie obciążenia zewnętrznego na głębsze warstwy podłoża oraz równomierne rozłożenie naprężenia w ośrodku gruntowym. Dzięki większej powierzchni kontaktu fundamentu z gruntem w przenoszeniu obciążenia bierze udział większa objętość gruntu, w związku z tym, naprężenie jest znacznie zredukowane. Jednym z najważniejszych zagadnień, które stawia się przed projektantami, jest rozkład naprężeń

na pobocznicy i podstawę kolumny betonowej oraz wpływ tego rozkładu na nośność i osiadanie kolumny. Zagadnieniem tym zajmowali się między innymi autorzy prac [1, 2, 5, 7, 8].

W przekazywaniu obciążenia zewnętrznego bierze udział zarówno pobocznica kolumny, jak i podstawa. Przy znanej wartości naprężenia przy podstawie oraz przy znanym skróceniu kolumny można założyć, że siła przekazana przez pobocznicy kolumny nie wpływa bezpośrednio na osiadanie głowicy ko-

lumny, lecz wpływa na zredukowanie naprężenia wzdłuż trzonu kolumny do wartości naprężenia pod podstawą, które jest przekazywane wyłącznie przez podstawę kolumny [8]. W związku z tym, znając wartość przekazywanej siły przez podstawę kolumny, a także wartość osiadań podstawy kolumny, istnieje możliwość interpretacji osiadania jako fundamentu posadowionego bezpośrednio.

ANALIZA WZORU NA OSIADANIE PŁYTY STATYCZNEJ

Osiadanie płyty statycznej uzależnione jest bezpośrednio od wymiarów płyty, siły nacisku oraz parametrów wytrzymałościowych gruntu. Wielu autorów zakłada liniowy charakter osiadania. Interpretacja ta jest odpowiednia w przypadku, gdy analizie poddaje się osiadanie w małym zakresie obciążeń, przy założeniu, że w osiadaniu bierze udział warstwa gruntu o miąższości zbliżonej do nieskończoności. W praktyce wiadomo, że w przenoszeniu obciążenia zewnętrznego biorą udział grunty tylko do pewnej głębokości, poniżej której wpływ naprężenia na osiadanie jest znikomy. Głębokość ta określana jest jako dolna granica całkowania z_0 [4]. Obliczenie osiadania do głębokości z_0 pozwala na uzyskanie wyników zbieżnych z pomierzonymi. Przedstawiono wzór na osiadanie płyty statycznej uwzględniający dolną granicę całkowania z_0 [4].

$$s = \frac{\sigma}{E_q} \cdot D \cdot \frac{1}{1 + \frac{D}{z_0}} \quad (1)$$

gdzie:

σ – naprężenie pod płytą statyczną [kPa],

E_q – moduł odkształcenia gruntu [MPa],

D – średnica płyty sztywnej [m],

z_0 – dolna granica całkowania wykresu zmiany naprężenia $\sigma = f(z)$ [m].

Dolna granica całkowania obliczana jest z wzoru (2), [3]:

$$z_0 = \frac{\alpha}{\ln\left(\frac{E_q}{\sigma}\right)} \cdot \frac{\sigma}{\gamma} \quad (2)$$

gdzie:

α – bezwymiarowy parametr [-],

E_q – moduł odkształcenia gruntu [MPa],

γ – ciężar objętościowy gruntu [kN/m³],

σ – naprężenie pod płytą statyczną [kPa].

Wartość z_0 jest uzależniona od przyłożonego naprężenia oraz od charakterystyki wytrzymałościowej gruntu. Rodzaj gruntu w powyższym wzorze został wyrażony trzema parametrami. Są nimi: moduł odkształcenia E_q , ciężar objętościowy gruntu γ oraz parametr α . Analiza statystyczna parametru α wykonana na podstawie wyników badań terenowych wskazuje, że można go wyrazić empirycznym wzorem w postaci (3), [3]:

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot \text{tg}(\phi)} \quad (3)$$

gdzie:

ϕ – kąt tarcia wewnętrznego gruntu [°].

Wówczas wzór na z_0 ma postać:

$$z_0 = \frac{1}{2 \cdot \text{tg}(\phi)} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{E_q}{\sigma}\right)} \cdot \frac{\sigma}{\gamma} \quad (4)$$

a osiadanie wynosi:

$$s = \frac{\sigma \cdot D}{E_q} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \text{tg}(\phi) \cdot D \cdot \gamma}{\sigma} \cdot \ln\left(\frac{E_q}{\sigma}\right)} \quad (5)$$

Zasięg gruntów biorących czynny udział w osiadaniu trwałym jest uzależniony od zaniku naprężenia w gruncie. Im mniejsze naprężenie pod płytą, większy moduł odkształcenia oraz im większy kąt tarcia wewnętrznego, tym naprężenie szybciej zanika, ponieważ do przekazywania obciążenia zostaje włączona większa objętość gruntu.

Znając wymiary fundamentu oraz kąt tarcia wewnętrznego, ciężar objętościowy i moduł odkształcenia gruntu, istnieje możliwość wyznaczenia wartości naprężenia pod fundamentem na podstawie zmierzonego osiadania. Przekształcając wzór na osiadanie, otrzymujemy równanie uwikłane:

$$\frac{D}{sE_q} \sigma^2 - \sigma - 2 \text{tg}(\phi) \cdot D \cdot \gamma \cdot \ln\left(\frac{E_q}{\sigma}\right) = 0 \quad (6)$$

Rozwiązaniem równania (6) jest pierwiastek równania kwadratowego:

$$\sigma = \frac{sE_q \left(1 + \sqrt{1 + 8 \frac{D^2 \gamma}{sE_q} \cdot \text{tg}(\phi) \cdot \ln\left(\frac{E_q}{\sigma}\right)} \right)}{2D} \quad (7)$$

Obliczenia naprężenia należy wykonać metodą iteracji do uzyskania błędu mniejszego od założonego, np. 0,01 kPa.

WERYFIKACJA WZORU NA OSIADANIE PODSTAWY KOLUMNY

Do analizy osiadania podstawy kolumny wykorzystano wzór na osiadanie płyty statycznej (5). W celu skorelowania odpowiednich parametrów z parametrami wykorzystywanymi przy badaniu statycznym płytą sztywną, przeprowadzono badania terenowe opisane w pracy [8], podczas których zmierzono przemieszczenie podstaw kolumn betonowych oraz naprężenie pod podstawami kolumn.

W obliczeniach brano pod uwagę warunki gruntowe poniżej podstawy kolumny. Zgodnie z założeniami, obciążenie jest równe naprężeniu pod podstawą kolumny, a osiadanie równe jest osiadaniu głowicy kolumny pomniejszonemu o skrócenie trzonu kolumny:

$$\sigma = \sigma_1 \quad \text{oraz} \quad s = s_0 - \Delta L$$

Osiadanie podstawy kolumny obliczono z wzoru (8) [4]:

$$s = \frac{\sigma_1}{E_q} \cdot D \cdot \frac{1}{1 + \frac{D}{z_0}} \quad (8)$$

gdzie:

z_0 – dolna granica całkowania [m] obliczona zgodnie z wzorem (9) [3]:

$$z_0 = \frac{\alpha}{\ln\left(\frac{E_q}{\sigma}\right)} \cdot \frac{\sigma_1}{\gamma} \quad (9)$$

Osiadanie obliczono na podstawie wzoru (10) wykorzystywanego przy obliczeniu osiadania przy badaniu statycznym płytą sztywną [3].

Tabl. 1. Parametry wytrzymałościowe gruntu i specyfikacja kolumn betonowych [8]

Numer kolumny	E_q [MPa]	γ [kN/m ³]	ϕ [°]	D [m]	L [m]
SDC2	37,00	20	32	0,4	6,5
SDC3	19,00	21	18	0,4	7,0
SDC4	19,17	21	16	0,4	7,0

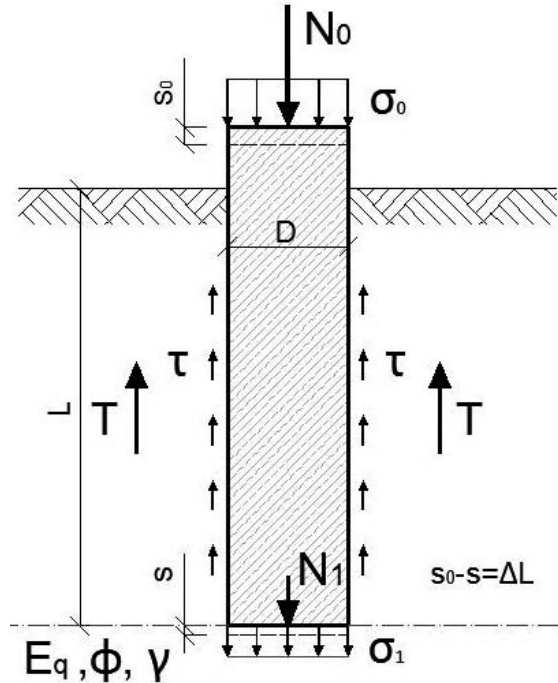
$$s = \frac{\sigma_1 \cdot D}{E_q} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \text{tg} \phi \cdot D \cdot \gamma}{\sigma_1} \cdot \ln \left(\frac{E_q}{\sigma_1} \right)} \quad (10)$$

Po obliczeniu osiadania na podstawie wzoru, przy zastosowaniu parametrów gruntu uzyskanych z badań geotechnicznych, porównano wartości osiadań obliczonych na podstawie wzoru (10) z wartościami pomierzonymi pośrednio podczas badań terenowych statycznych obciążeń kolumn betonowych.

Następnie w celu uzyskania zbliżonych wartości osiadań pomierzonych i obliczonych przeprowadzono optymalizację modułu odkształcenia gruntu i kąta tarcia wewnętrznego i ponownie obliczono wartości osiadań s'_{obl} w celu zobrazowania błędów popełnionych podczas optymalizacji. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabl. 2.

$$E_q = \sigma \cdot \frac{D}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \text{tg} \phi \cdot \gamma \cdot D}{\sigma} \cdot \ln \left(\frac{E_q}{\sigma} \right)} \quad (11)$$

$$\phi = \arctg \frac{\sigma(\sigma D - E_q s)}{2 E_q \cdot s \cdot \gamma \cdot \ln \left(\frac{E_q}{\sigma} \right)} \quad (12)$$



Rys. 1. Objasnienie parametrów użytych we wzorach na osiadanie podstawy kolumny betonowej

E_q – moduł odkształcenia gruntu pod podstawą kolumny [MPa], γ – ciężar objętościowy gruntu pod podstawą kolumny [kN/m³], ϕ – kąt tarcia wewnętrznego gruntu pod podstawą kolumny [°], D – średnica kolumny [m],

σ_1 – naprężenie pod podstawą kolumny [kPa] $\sigma_1 = \frac{4 \cdot N_1}{\pi \cdot D^2}$

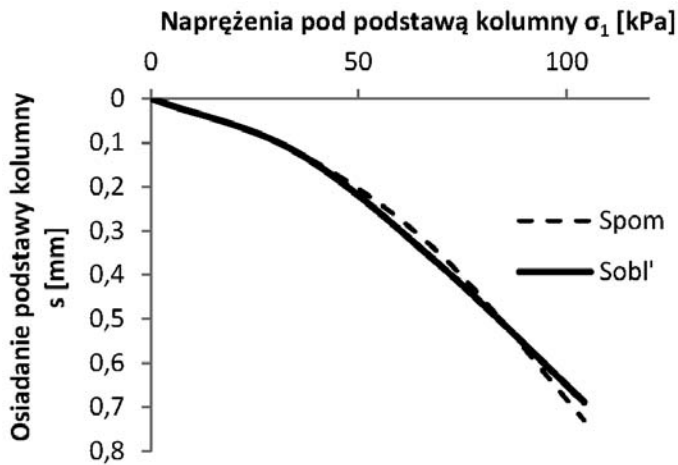
Po przeprowadzeniu obliczeń stwierdzono, że wartości optymalizowanych parametrów gruntu jakimi są: moduł odkształcenia gruntu i kąt tarcia wewnętrznego są bardzo zbliżone do wartości uzyskanych podczas badań geotechnicznych.

Tabl. 2. Zestawienie wyników optymalizacji kąta tarcia wewnętrznego i modułu odkształcenia gruntu

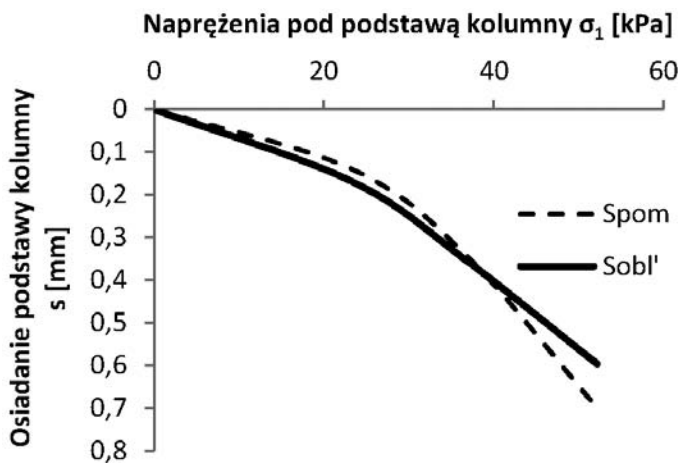
Kolumna	N_0 [kN]	s_0 [mm]	σ_0 [kPa]	σ_1 [kPa]	ΔL [mm]	s_{pom} [mm]	s_{obl} [mm]	E_q [MPa]	ϕ [°]	s'_{obl} [mm]
SDC2	0	0	0	0	0	0	–	0	0	–
	91	0,20	724,18	35	0,08	0,12	0,127	38,850	31,946	0,1212
	183	0,50	1456,31	69,33	0,15	0,35	0,393	41,241	35,368	0,376
	274	0,95	2180,49	104,33	0,22	0,73	0,722	36,608	27,346	0,689
SDC3	0	0	0	0	0	0	–	0	0	–
	93	0,22	740,09	23,27	0,08	0,14	0,190	25,193	22,370	0,169
	185	0,49	1472,23	36,63	0,15	0,34	0,399	22,056	18,249	0,352
	278	0,93	2212,23	52,19	0,23	0,70	0,680	18,479	10,524	0,597
SDC4	0	0	0	0	0	0	–	0	0	–
	86	0,2	684,39	15,79	0,07	0,13	0,104	15,649	12,070	0,106
	173	0,43	1376,73	31,59	0,14	0,29	0,333	21,819	21,553	0,340
	259	0,82	2061,12	45,76	0,21	0,61	0,584	18,395	15,492	0,596

s_{obl} – wartość osiadania podstawy kolumny obliczona na podstawie zbadanych parametrów gruntu,

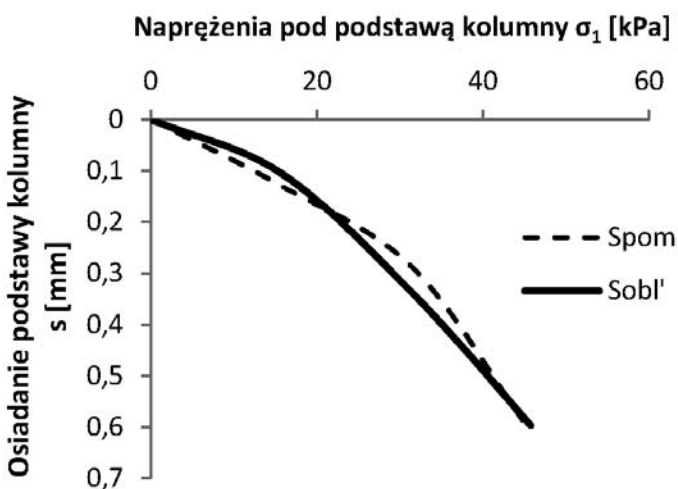
s'_{obl} – wartość osiadania podstawy kolumny obliczona na podstawie zoptymalizowanych parametrów gruntu.



Rys. 2. Wykres osiadania podstawy kolumny SDC2 (wartości pomierzone i wartości obliczone) w zależności od naprężenia pod podstawą kolumny (po przeprowadzeniu optymalizacji)



Rys. 3. Wykres osiadania podstawy kolumny SDC3 (wartości pomierzone i wartości obliczone) w zależności od naprężenia pod podstawą kolumny (po przeprowadzeniu optymalizacji)



Rys. 4. Wykres osiadania podstawy kolumny SDC4 (wartości pomierzone i wartości obliczone) w zależności od naprężenia pod podstawą kolumny (po przeprowadzeniu optymalizacji)

Tabl. 3. Porównanie zoptymalizowanych parametrów wytrzymałościowych gruntu z pomierzonymi

Kolumna	Wartości pomierzone		Wartości zoptymalizowane	
	E_q [MPa]	ϕ [°]	$E_{q, \text{sr}}$ [MPa]	$E_{q, \text{sr}}$ [°]
SDC2	37,00	32	38,90	31,55
SDC3	19,00	18	21,91	17,05
SDC4	19,17	16	18,62	16,37

W związku z tym, wzór wykorzystywany przy obliczaniu osiadania płyty statycznej pozwala na uzyskanie wiarygodnych wyników również w analizie posadowień pośrednich przy znanym rozkładzie naprężenia na podstawę i pobocznice kolumny oraz przy znanej wartości skrócenia kolumny.

OBLICZENIE NAPRĘŻENIA POD PODSTAWĄ KOLUMNY

Naprężenie pod podstawą kolumny obliczono z wykorzystaniem wzoru (13) wyprowadzonego na podstawie wzoru (7):

$$\sigma_1 = \frac{sE_q \left(1 + \sqrt{1 + 8 \frac{D^2 \gamma}{sE_q} \cdot \text{tg} \phi \cdot \ln \left(\frac{E_q}{\sigma_1} \right)} \right)}{2D} \quad (13)$$

PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Dane: $s = 0,12 \text{ mm}$
 $E_q = 37 \text{ MPa}$
 $\phi = 32^\circ$
 $D = 0,4 \text{ m}$

Szukane: $\sigma_1 = ?$

Założmy, że $\sigma_1' = 20 \text{ kPa}$

Wówczas podstawiając do wzoru (13) otrzymamy:

$$\sigma_1'' = 35,972 \text{ kPa}$$

Następnie otrzymaną wartość ponownie podstawiamy do wzoru (13) i otrzymujemy:

– dla $\sigma_1'' = 35,972 \text{ kPa} \rightarrow \sigma_1''' = 33,899 \text{ kPa}$,
 $|\sigma_1''' - \sigma_1''| = 1,073 \text{ kPa} \not\prec 0,01 \text{ kPa}$

– dla $\sigma_1''' = 33,899 \text{ kPa} \rightarrow \sigma_1^{IV} = 33,960 \text{ kPa}$,
 $|\sigma_1^{IV} - \sigma_1'''| = 0,061 \text{ kPa} \not\prec 0,01 \text{ kPa}$

– dla $\sigma_1^{IV} = 33,960 \text{ kPa} \rightarrow \sigma_1^V = 33,956 \text{ kPa}$,
 $|\sigma_1^V - \sigma_1^{IV}| = 0,004 \text{ kPa} < 0,01 \text{ kPa}$

Zatem: $\sigma_1 = 34,956 \text{ kPa}$

Wyniki obliczeń wraz z wyjściowymi parametrami i wartościami pomierzonymi podczas badań terenowych zestawiono w tabl. 4.

Tabl. 4. Zestawienie wyników obliczeń naprężenia pod podstawą kolumny w zależności od osiadania podstawy kolumny z wartościami pomierzonymi podczas badań terenowych

Kolumna	s_{pom} [mm]	$\sigma_{1,pom}$ [kPa]	D [m]	E_q [MPa]	ϕ [°]	$\sigma_{1,obl}$ [kPa]	$ \sigma_{1,pom} - \sigma_{1,obl} $ [kPa]
SDC2	0	0	0,4	37,00	32	0	
	0,12	35				34,96	0,04
	0,35	69,33				64,34	4,99
	0,73	104,33				105,16	0,83
SDC3	0	0	0,4	19,00	18	0	
	0,14	23,27				18,25	5,02
	0,34	36,63				29,37	7,26
	0,70	52,19				47,67	4,52
SDC4	0	0	0,4	19,17	16	0	
	0,13	15,79				17,92	2,13
	0,29	31,59				28,93	2,66
	0,61	45,76				47,17	1,41

gdzie:

$\sigma_{1,pom}$ – wartości naprężenia pod podstawą kolumny wyznaczone na podstawie pomiarów terenowych [kPa],

$\sigma_{1,obl}$ – wartości naprężenia pod podstawą kolumny obliczone z wykorzystaniem wzoru na osiadanie płyty statycznej [kPa].

Z przeprowadzonej analizy można zauważyć, że obliczone wartości naprężenia różnią się od wartości zmierzonych o kilka kilopaskali. Na wyniki obliczeń w dużym stopniu wpływa dokładność badań geotechnicznych. Błąd w pomiarach kąta tarcia wewnętrznego równy jeden stopień daje różnicę w naprężeniu wynoszącą około 1 kPa. Na różnice w wynikach mogą mieć również wpływ błędy pomiarowe popełnione przy określaniu naprężenia pod podstawą kolumny oraz przy wyznaczaniu przemieszczenia podstawy kolumny. Nie mniej jednak przedstawiona metoda pozwala na wyznaczenie naprężenia pod podstawą kolumny z dość dużą dokładnością.

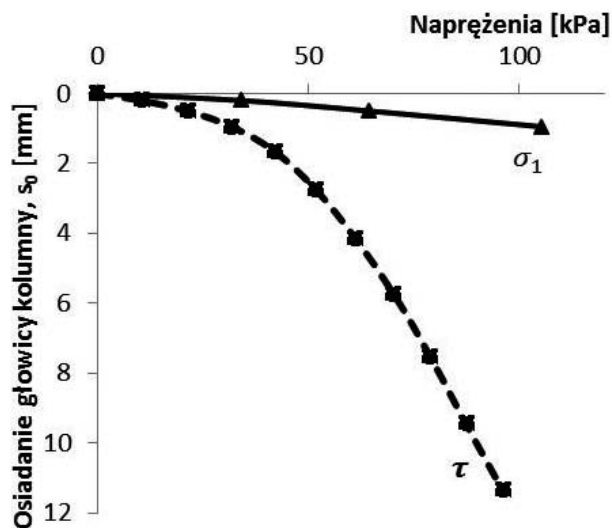
WYZNACZENIE SKŁADOWEJ NAPRĘŻENIA NA POBOCZNICY KOLUMNY

Na podstawie obliczonej wartości naprężenia pod podstawą kolumny obliczono składową styczną naprężenia na pobocznicy kolumny zgodnie z wzorem:

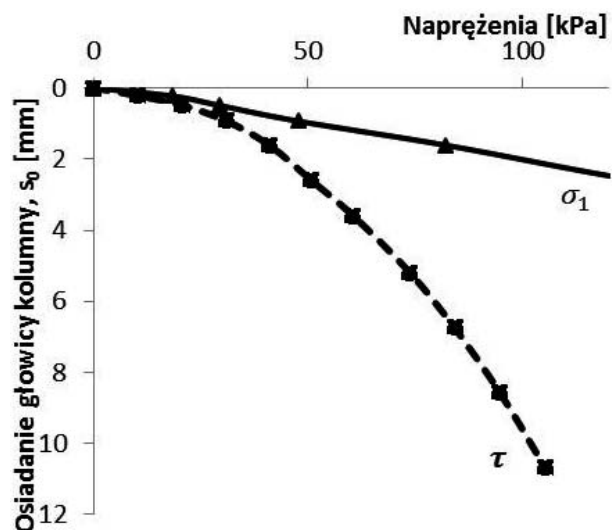
$$\tau(s) = \frac{N_0(s) - \sigma_1(s) \cdot \pi \frac{D^2}{4}}{\pi DL} \quad (14)$$

Wyniki przedstawiono na rys. 5 ÷ 7.

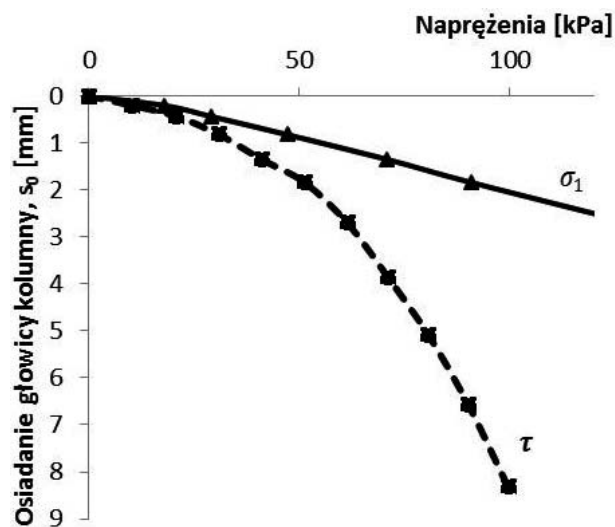
Analizując szerszy zakres naprężenia, istnieje możliwość wyznaczenia maksymalnej wartości naprężenia średniego [6]. Autorzy pracy zdają sobie sprawę z możliwego błędu, jakim jest założenie osiadania podstawy zbliżonego do zależności liniowej, w szerszym zakresie obciążenia. Nie mniej jednak, stosując przedstawioną metodę, wyznaczono minimalną wartość maksymalnych, średnich składowych stycznych naprężenia na po-



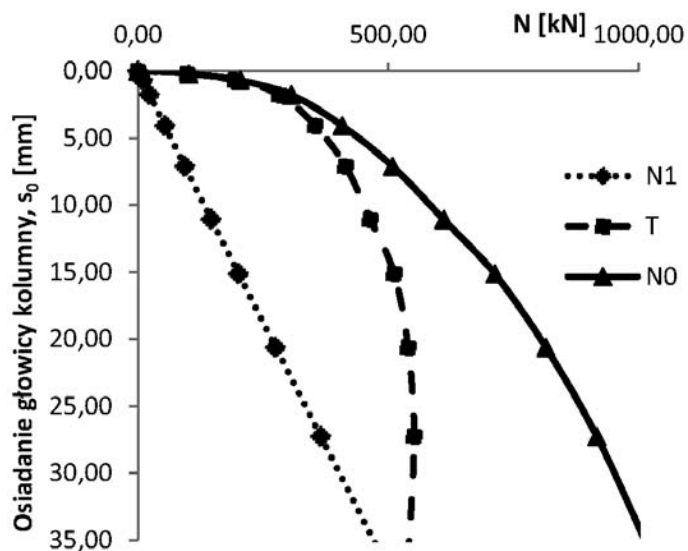
Rys. 5. Rozkład składowej stycznej naprężenia na pobocznicy kolumny SDC2 i pod jej podstawą



Rys. 6. Rozkład składowej stycznej naprężenia na pobocznicy kolumny SDC3 i pod jej podstawą



Rys. 7. Rozkład składowej stycznej naprężenia na pobocznicy kolumny SDC4 i pod jej podstawą



Rys. 8. Obciążenie zewnętrzne, opór pod podstawą i na pobocznicę kolumny SDC5 w zależności od osiadania głowicy kolumny [6]

bocznicy. Przy założeniu, że krzywa oporu pod podstawą przyjmuje charakter krzywej obciążenia zewnętrznego w zależności od osiadania głowicy kolumny, wówczas maksymalne składowe styczne naprężenia na pobocznicę będą odpowiednio większe.

WNIOSKI

Z przedstawionego sposobu wykorzystania wzoru na osiadanie płyty statycznej do wyznaczenia naprężenia pod podstawą kolumny wynikają następujące wnioski:

1. Użycie wzoru na osiadanie płyty statycznej pozwoliło nie tylko na wyznaczenie naprężenia pod podstawą kolumny betonowej, lecz również na wyznaczenie rozkładu przenoszenia obciążeń na pobocznicę i pod podstawę kolumny.
2. Osiadanie podstawy kolumny betonowej uzależnione jest od warunków gruntowych pod podstawą kolumny oraz od naprężenia przekazywanych przez podstawę kolumny.
3. Naprężenie styczne na pobocznicę kolumny redukuje skrócenie kolumny, zaś naprężenie pod podstawą kolumny wpływa na osiadanie podstawy kolumny. Suma

skrócenia kolumny i osiadania podstawy kolumny równa jest osiadanu kolumny w głowicy, gdzie przyłożono obciążenie zewnętrzne.

4. Wzór na osiadanie podstawy kolumny zweryfikowano poprzez porównanie wartości zoptymalizowanych z wartościami pomierzonymi.
5. Optymalizacja wyników badań terenowych pozwoliła na przedstawienie parametru „ α ” zależnego od kąta tarcia wewnętrznego gruntu.

LITERATURA

1. Gwizdała K.: Fundamenty palowe. Technologie i obliczenia. Tom I, PWN, Warszawa 2010.
2. Meyer Z.: Analiza naprężeń na pobocznicę oraz pod podstawę pojedynczego pala w oparciu o liniową teorię Boussinesqua. XVIII Seminarium Naukowe. Regionalne problemy inżynierii Środowiska. Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie. Katedra Geotechniki, 25 czerwca 2010.
3. Meyer Z.: Obliczenia inżynierskie osiadania fundamentów. Wyd. ZAPOL, Szczecin 2012.
4. Meyer Z., Szmeczel G.: Uwagi do obliczania osiadania dużych płyt fundamentowych. Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 2/2012.
5. Meyer Z., Żarkiewicz K.: Geotechniczne aspekty posadawiania nasypów drogowych w złożonych warunkach gruntowych na przykładzie nasypu obwodnicy Nowogardu. XVIII Seminarium Naukowe. Regionalne problemy inżynierii Środowiska. Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie. Katedra Geotechniki, 25 czerwca 2010.
6. Meyer Z., Żarkiewicz K.: Analiza rozkładu oporów na pobocznicę i podstawę kolumny betonowej na podstawie wyników próbnego obciążenia statycznego. XX regionalne problemy inżynierii Środowiska. Monografia. Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie. Katedra Geotechniki, Szczecin, 2012.
7. Żarkiewicz K.: Projekt posadowienia nasypu obwodnicy Nowogardu w ciągu drogi S6 w km od 6+800 do 7+120. Praca inżynierska. Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Szczecin 2010.
8. Żarkiewicz K.: Weryfikacja zależności wzorów na osiadanie kolumn betonowych w oparciu o badania terenowe. Praca magisterska. Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Szczecin 2012.

PODZIĘKOWANIE: Artykuł opracowano na podstawie badań terenowych wykonanych w ramach pracy magisterskiej, dzięki życzliwości i pomocy firmy Keller Polska Sp. z o.o.