

Wielomodalna probabilistyczna analiza stateczności ściany oporowej

Mgr inż. Mateusz Stach

Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego

Ściany oporowe to podstawowe konstrukcje inżynierskie, których zadaniem jest utrzymanie w stanie statecznym gruntów rodzimych lub nasypowych. Pomimo tego, że w ostatnich latach coraz częściej próbuje się stosować konstrukcje z gruntu zbrojonego, to w wielu przypadkach klasyczne ściany oporowe są rozwiązaniem optymalnym, stosowanym wzdłuż linii drogowych czy kolejowych.

Projektowanie ścian oporowych polega na spełnieniu dwóch podstawowych wymagań: nośność elementów konstrukcji musi przeciwdziałać siłom wewnętrznym (moment zginający, siła tnąca) oraz geometria ściany musi zapewniać równowagę w odniesieniu do sił zewnętrznych. Sprawdzenie stanów granicznych nośności ściany oporowej obejmuje kilka form utraty stateczności. Zwykle sprawdzeniu podlegają wypieranie gruntu pod pod-

stawą, obrót ściany względem krawędzi podstawy, przesunięcie w podstawie lub warstwach gruntów leżących niżej oraz stateczność ogólna ściany oporowej wraz ze skarpią [7, 25].

Przez lata czyniono analizy probabilistyczne konstrukcji współpracujących z gruntem. Problemem było ustalenie niepewności parametrów gruntowych oraz określenie korelacji pomiędzy poszczególnymi formami utraty stateczności. Pierwsze prace poruszające te zagadnienia pojawiły się dopiero pod koniec lat 60. XX wieku [2, 3, 4, 5, 14]. Najpierw każdą formę utraty stateczności badano oddzielnie. Zatem, dla każdego stanu granicznego uzyskiwano indywidualne miary niezawodności zwane następnie wskaźnikami. Nadal poszukiwano jednej ogólnej miary niezawodności, która jakościowo charakteryzowałaby daną konstrukcję i stanowiłaby kryterium do optymalizacji. Przyjmowano uproszczenia, że współczynniki bezpieczeństwa odpowiadające poszczególnym formom utraty stateczności, traktowane jako zmienne losowe, są stochastycznie niezależne lub doskonale skorelowane [1, 12, 24]. W ten sposób określano granice, w których znajduje się wskaźnik niezawodności całej konstrukcji. Jednak dla stateczności ściany oporowej założenie stochastycznej niezależności poszczególnych form jej utraty jest na ogół nie do zaakceptowania, jako że zmienne te zależą od tych samych parametrów gruntowych. Jedną z pierwszych prac uwzględniającą te zależności była praca Biernatowskiego i Puły [6], w której autorzy analizowali stateczność masywnych przyczółków mostowych. W ostatnim czasie badaniem ścian oporowych z uwzględnieniem korelacji parametrów gruntowych zajmowali się Zevgolis i Bourdeau [27, 28].

Jednym z celów niniejszej pracy było ponowne poruszenie kwestii zależności pomiędzy poszczególnymi stanami granicznymi. Za pomocą metod FORM i SORM opracowano algorytm numeryczny do określania prawdopodobieństwa awarii ściany.

METODY DOTYCZĄCE OCENY BEZPIECZEŃSTWA KONSTRUKCJI (FORM I SORM)

W ramach zadań teorii niezawodności konstrukcji rozpatruje się wektor bazowych zmiennych losowych $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, którego współrzędne są zmiennymi losowymi definiującymi te parametry konstrukcji (np. stałe materiałowe, wielkości geometryczne, właściwości gruntów). Wektor ten jest argumentem funkcji stanu granicznego, którą definiuje się następująco:

$$g(X) = R(X) - Q(X) \quad (1)$$

gdzie:

$R(X)$ – nośność, rozumiana jako wypadkowa wszystkich sił (momentów) utrzymujących konstrukcję w równowadze,

$Q(X)$ – oddziaływanie (obciążenie), rozumiane jako wypadkowa wszystkich sił (momentów) dążących do utraty stateczności przez konstrukcję.

Wartość funkcji stanu granicznego określa stan konstrukcji:

$$g(X) = \begin{cases} \geq 0 & \text{dla stanów bezpiecznych konstrukcji} \\ < 0 & \text{dla stanów awaryjnych konstrukcji} \end{cases} \quad (2)$$

Hiperpowierzchnia $g(X) = 0$ nazywa się powierzchnią stanu granicznego.

Najprostszą miarą niezawodności jest globalny współczynnik bezpieczeństwa (zwany też centralnym współczynnikiem bezpieczeństwa):

$$SR = \frac{\mu\{R\}}{\mu\{Q\}} \quad (3)$$

gdzie:

$\mu\{R\}$ i $\mu\{Q\}$ – wartości średnie nośności i oddziaływań.

Globalny współczynnik bezpieczeństwa nie uwzględnia losowych wahań parametrów, ponieważ nie uwzględnia ich odchyżeń standardowych. Nie daje zatem możliwości porównywania bezpieczeństwa różnych konstrukcji. Informację o odchyleniach standardowych parametrów losowych zawiera miara zaproponowana przez Cornella [8, 9], nazywana wskaźnikiem niezawodności Cornella:

$$\beta_C = \frac{\mu\{g(X)\}}{\sqrt{\text{Var}\{g(X)\}}} \quad (4)$$

gdzie:

$\text{Var}\{g(X)\}$ – operator wariancji.

Do obliczenia powyższego wskaźnika stosuje się rozwinięcie Taylora z dokładnością do wyrazu liniowego wokół pewnego punktu. Według Cornella punkt ten powinien być punktem wartości oczekiwanych. Procedura ta prowadzi do wskaźnika pierwszego rzędu określonego wzorem:

$$\beta_{FO} = \frac{g(\mu\{X\})}{\sqrt{\sum_i^n \sum_j^n \frac{\partial g}{\partial x_i}(\mu\{X\}) \frac{\partial g}{\partial x_j}(\mu\{X\}) \text{cov}(X_i, X_j)}} \quad (5)$$

gdzie:

$\text{cov}\{X_i\}$ i $\text{cov}\{X_j\}$ – współczynniki zmienności.

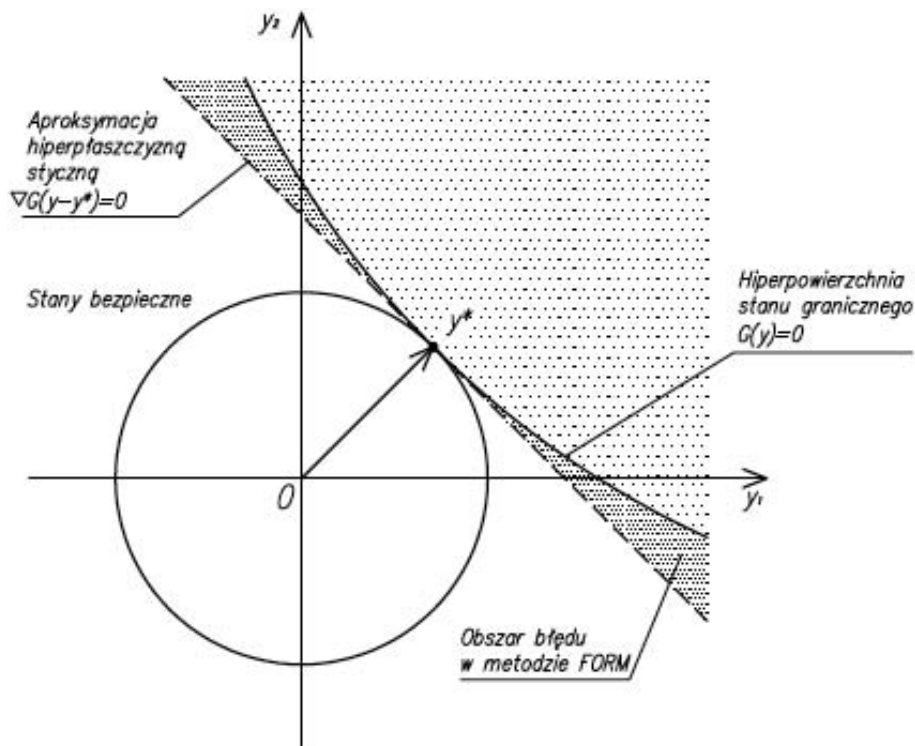
Miary niezawodności w postaci wskaźników wykorzystują jedynie informację w postaci dwóch pierwszych momentów statystycznych bazowych zmiennych losowych. Zatem za najlepszą miarę należy uznać prawdopodobieństwo awarii, które ma postać

$$p_F = P\{g(X) < 0\} = \int_{\{g(x) < 0\}} dF_x(x) \quad (6)$$

gdzie:

F_x – dystrybuanta wektora zmiennych bazowych X .

Zagadnienia probabilistyki ze względu na posługiwanie się zmiennymi losowymi wymagają stosowania specjalnych narzędzi. Do najbardziej skutecznych metod przybliżonych oceny miar niezawodności należą metody pierwszego i drugiego rzędu – FORM i SORM [11, 13, 16]. Polegają one na poszukiwaniu wskaźnika niezawodności, uwzględniając rozkłady prawdopodobieństwa wektora losowego. Możliwe jest zastosowanie transformacji układu współrzędnych, która wektor bazowych zmiennych losowych przeprowadzi na wektor Y taki, że Y_1, \dots, Y_n są zmiennymi normalnymi. Otrzymuje się nowy układ współrzędnych Y_1, \dots, Y_n . Powierzchnia stanu granicznego również ulega transformacji. Działanie metody FORM opiera się na aproksymacji powierzchni stanu granicznego przez hiperpłaszczyznę styczną do niej w punkcie najbliższym początkowi układu współrzędnych. Największy „wkład” do prawdopodobieństwa awarii pochodzi właśnie z obszaru stanowiącego sąsiedztwo punktu na powierzchni stanu granicznego, którego odległość od początku układu współrzędnych jest najmniejsza. Umożliwiają to dwie cechy gęstości standardowego rozkładu normalnego – obrotowa symetria wokół początku układu współrzędnych oraz eksponentialne zanikanie tej funkcji wraz z kwadratem odle-



Rys. 1. Schematyczna idea metody FORM [18]

głości od początku układu współrzędnych. Schematyczną ideę metody FORM przedstawiono na rys. 1. Prawdopodobieństwo awarii w metodzie FORM wyrażone jest wzorem:

$$p_F = \int_{\{G(y)<0\}} \phi_n(y) dy \quad (7)$$

gdzie:

ϕ_n – oznacza gęstość n -wymiarowego standardowego rozkładu normalnego.

W metodzie FORM powierzchnia stanu granicznego $G(y)=0$ aproksymowana jest przez hiperpłaszczyznę $\nabla G(y-y^*)=0$ styczną do niej w punkcie y^* najbliższym początkowi układu współrzędnych. Prowadzi to do następującego przybliżonego wzoru na prawdopodobieństwo awarii:

$$p_F \approx \int_{\{\nabla G(y-y^*)<0\}} \phi_n(y) dy = \Phi_0(-\beta) \quad (8)$$

gdzie:

Φ_0 – dystrybuanta jednowymiarowego standardowego rozkładu normalnego,
 β – odległość punktu projektowego y^* od środka układu współrzędnych:

$$\beta = \|y^*\| \quad (9)$$

Metoda SORM polega na pomnożeniu przybliżonej wartości prawdopodobieństwa awarii obliczonego metodą pierwszego rzędu przez czynnik korekcyjny wynikający z dokładniejszego oszacowania prawdopodobieństwa awarii w przypadku nieliniowej funkcji $G(y)$. Procedura polega na aproksymacji powierzchni stanu granicznego $G(y)=0$ powierzchnią drugiego stopnia w otoczeniu punktu obliczeniowego y^* . Należy podkreślić, że zarówno w przypadku metody FORM i SORM, kluczowym zagadnieniem jest znalezienie punktu obliczeniowego y^* . Do stosowania obu metod jest wymagana znajomość łącznego rozkładu prawdopodobieństwa wektora losowego zmiennych bazowych w postaci funkcji łącznej gęstości prawdopodobieństwa

lub łącznej dystrybuanty. Jawna postać funkcji stanu granicznego znacznie zwiększa efektywność i dokładność obliczeń.

Często stosowanymi miarami wrażliwości dla metod FORM i SORM są współczynniki wrażliwości α_i wskaźnika niezawodności, które są zdefiniowane w następujący sposób:

$$\alpha_i = \left. \frac{\partial \beta}{\partial y_i} \right|_{y=y^*}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (10)$$

Ponieważ β jest odległością od początku układu współrzędnych punktu obliczeniowego y^* , więc współczynniki α_i są cosinusami kierunkowymi wektora y^* . Stąd:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (11)$$

Współczynniki α_i mogą być rozumiane jako miary wrażliwości β na losowe wahania zmiennych X_i , które odpowiadają poszczególnym parametrom fizycznym.

OCENA NIEZAWODNOŚCI

Przedmiotem tego opracowania jest analiza warunków stateczności ściany oporowej. Nie sprawdzano warunku obrotu. Można wykazać [28], że warunek ten jest zawsze spełniony, jeśli wypadkowa obciążeń znajduje się w rdzeniu podstawy. Nie badano także stateczności ogólnej (tzn. stateczności skarpy wraz ze ścianą oporową). Skoncentrowano się na analizie z geotechnicznego punktu widzenia i w konsekwencji nie sprawdzano stanów granicznych nośności poszczególnych elementów konstrukcji. Uznano, że elementy te będą zaprojektowane poprawnie i nie ulegną zniszczeniu (parametry konstrukcyjne mają dużo mniejszą losowość niż właściwości gruntów). Schemat

rozpatrywanego zadania pokazano na rys. 2. Założono, że ściana posadowiona jest na poziomym, uwarstwionym podłożu oraz że poziom zwierciadła wody jest na tyle niski, że nie ma wpływu na konstrukcję ściany ani na nośność podłoża. Naziom przyjęto poziomy i nieobciążony. Zgodnie z rozwiązaniem Rankine'a zakłada się, że zasypka nad podstawą tworzy współpracujący z nią blok, a równoległe do naziomu parcie czynne gruntu P_A działa na pionową wirtualną płaszczyznę.

W pracy badano następujące stany graniczne: wypieranie gruntu spod podstawy BC , przesunięcie ściany w poziomie posadowienia SL i na styku dwóch warstw gruntu pod podstawą SL_s oraz wystąpienie nadmiernego mimośrodowo wypadkowej obciążeń e , rozumiane jako znalezienie się wypadkowej poza rdzeniem przekroju podstawy. Rozważając każdy stan oddzielnie, można określić współczynniki bezpieczeństwa dla poszczególnych stanów jako stosunek siły utrzymującej do odpowiedniego oddziaływania (dla BC , SL i SL_s) oraz jako stosunek szerokości rdzenia podstawy do mimośrodowo wypadkowej obciążeń e . Uogólnione w ten sposób współczynniki bezpieczeństwa wynoszą:

$$SR_{BC} = \frac{R}{\sum V} \quad (12)$$

$$SR_{SL} = \frac{S}{P_A} \quad (13)$$

$$SR_{SL_s} = \frac{S_s}{P_A} \quad (14)$$

$$SR_e = \frac{B/6}{|e|} \quad (15)$$

gdzie:

SR_{BC} – współczynnik bezpieczeństwa w odniesieniu do wypierania gruntu spod podstawy,

SR_{SL} – współczynnik bezpieczeństwa w odniesieniu do przesunięcia ściany w poziomie posadowienia,

SR_{SL_s} – współczynnik bezpieczeństwa w odniesieniu do przesunięcia w poziomie styku dwóch warstw gruntu,

SR_e – współczynnik bezpieczeństwa w odniesieniu do mimośrodowo wypadkowej obciążenia,

R – opór na wypieranie gruntu spod podstawy,

$\sum V$ – suma sił pionowych działających na ścianę,

S – opór na przesunięcie w poziomie posadowienia,

S_s – opór na przesunięcie w poziomie styku dwóch warstw gruntu

P_A – parcie czynne,

B – szerokość podstawy,

e – mimośród wypadkowej obciążeń.

Stan awarii pojawia się, gdy którykolwiek ze współczynników bezpieczeństwa (wzory 12 ÷ 15) jest mniejszy od 1. Zatem prawdopodobieństwo awarii w i -tym przypadku przedstawia wyrażenie:

$$P_{Fi} = P(SR_i < 1) \quad (16)$$

gdzie i oznacza kolejno BC , SL , s oraz e .

Z punktu widzenia teorii niezawodności omawiane formy utraty stateczności stanowią system szeregowy. Oznacza to, że do bezawaryjnej pracy konstrukcji musi być zachowana stateczność ze względu na wszystkie cztery, sprecyzowane warunki. Prawdopodobieństwo awarii systemu szeregowego można zapisać jako:

$$P_F = P((SR_{BC} < 1) \cup (SR_{SL} < 1) \cup (SR_{SL_s} < 1) \cup (SR_e < 1)) \quad (17)$$

W przypadku stochastycznej niezależności zmiennych SR niezawodność systemu jest iloczynem niezawodności wszystkich elementów, więc prawdopodobieństwo awarii wynosi:

$$P_{F\ IND} = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_{Fi}) \quad (18)$$

Jednak nie mamy tu do czynienia z całkowicie niezależnymi (w sensie stochastycznej niezależności) trybami awarii, ponieważ wszystkie zależą od tych samych parametrów zadania, będącymi bazowymi zmiennymi losowymi (tj. ciężary objętościowe, kąty tarcia wewnętrzznego i spójności gruntów). Zatem prawdopodobieństwo awarii systemu zawarte jest w przedziale:

$$P_{F\ SYS} = \begin{cases} \leq \sum_{i=1}^k P(F_i) \\ \geq \max_{i=1}^q \{P(F_i)\} \geq 0 \end{cases} \quad (19)$$

Powyższy zakres jest bardzo szeroki, zatem aby uzyskać dokładniejszy wynik, do obliczeń skorzystano z tzw. ograniczeń Ditlevsena [10]. Według tych ograniczeń dolna i górna granica prawdopodobieństwa awarii systemu dana jest przez następujące nierówności:

$$P_{F\ SYS} = \begin{cases} \leq \sum_{i=1}^k P(F_i) - \sum_{i=2}^k \max \{P(F_i \cap F_j)\} \\ \geq P(F_1) + \sum_{i=2}^k \left[\max \left\{ 0; P(F_i) - \sum_{i=2}^{k-1} \{P(F_i \cap F_j)\} \right\} \right] \end{cases} \quad (20)$$

Obliczenia polegają na określeniu prawdopodobieństwa zajścia każdej pary zdarzeń elementarnych, co prowadzi najczęściej do wyznaczenia wąskiego przedziału zmienności $P_{F\}$.

Oznaczenia F_1, F_i, F_j (wzory 19 ÷ 20) odpowiadają zdarzeniom 1, i, j .

OSZACOWANIE MIAR NIEZAWODNOŚCI DLA PRZYKŁADOWEJ ŚCIANY OPOROWEJ

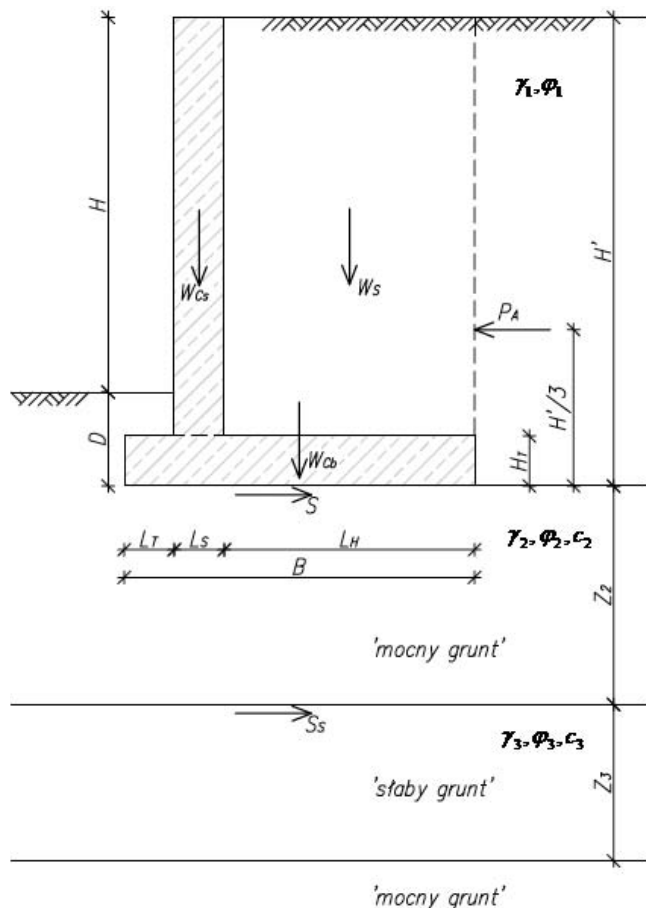
Układ warstw gruntów oraz rodzaj i wymiary geometryczne ściany oporowej rozważanej w pracy pokazano na rys. 2. i w tabl. 1. Wymiary geometryczne mają wartość stałą (nielosową). Długość odsadki tylnej stanowi zmienny parametr projektowy. W obliczeniach analizowano zmiany miar niezawodności w zależności od długości odsadki.

Zasypkę stanowi grunt gruboziarnisty. Pod podstawą występują grunty drobnoziarniste. Założono, że wszystkie właściwości gruntowe stanowią zmienne losowe o rozkładzie beta. Są to rozkłady o nośnikach ograniczonych, co dobrze koresponduje ze zmiennością właściwości gruntowych. Każda ze zmiennych losowych reprezentowana jest tu przez cztery parametry: wartość średnią, odchylenie standardowe (lub współczynnik zmienności) oraz wartości minimalną i maksymalną, które założono odpowiednio o 4 odchylenia standardowe mniejsze i większe od wartości średniej (tabl. 2). Wartości poszczególnych parametrów:

$$\text{cov} = \frac{\sigma}{\mu} \quad (21)$$

$$a = \mu - 4\sigma \quad (22)$$

$$b = \mu + 4\sigma \quad (23)$$



Rys. 2. Geometria analizowanej ściany oporowej

Tabl. 1. Wymiary geometryczne analizowanej ściany oporowej

Wielkość	Symbol	Wartość [m]
Wysokość ściany	H	6,0
Zagłębienie podstawy	D	1,5
Grubość podstawy	H_T	0,8
Długość odsadzki przedniej	L_T	0,8
Grubość ściany	L_S	0,8
Długość odsadzki tylnej	L_H	1,8 ÷ 5,0

Tabl. 2. Parametry gruntowe

Parametr gruntu	Jednostka	μ	cov	σ	a	b
γ_1	kN/m ³	20	0,05	1	16	24
ϕ_1	°	28	0,12	3,36	14,56	41,44
γ_2	kN/m ³	20	0,05	1	16	24
ϕ_2	°	25	0,20	5	5	45
c_2	kPa	50	0,30	15	0	110
γ_3	kN/m ³	20	0,05	1	16	24
ϕ_3	°	15	0,20	3	3	27
c_3	kPa	15	0,30	4,5	0	33

gdzie:

- μ – wartość średnia,
- cov – współczynnik zmienności,
- σ – odchylenie standardowe,
- a – wartość minimalna,
- b – wartość maksymalna.

Symbole parametrów gruntowych:

- γ_1 – ciężar objętościowy gruntu zasypowego,
- ϕ_1 – kąt tarcia wewnętrzny gruntu zasypowego,
- γ_2 – ciężar objętościowy gruntu *mocnego* pod podstawą,
- ϕ_2 – kąt tarcia wewnętrzny gruntu *mocnego* pod podstawą,
- c – spójność gruntu *mocnego* pod podstawą,
- γ_3 – ciężar objętościowy gruntu *slabego* pod podstawą,
- ϕ_3 – kąt tarcia wewnętrzny gruntu *slabego* pod podstawą,
- c_3 – spójność gruntu *slabego* pod podstawą.

Wartość minimalna spójności dla podłoża gruntowego wychodzi ujemna, więc przyjęto „0” jako wartość minimalną. Zatem spójność należy do przedziału:

$$c \in \langle 0, \mu + 4\sigma \rangle \quad (24)$$

Parcie czynne P_A działające na blok gruntu współpracujący ze ścianą (rys. 2) jest równe:

$$P_A = \frac{1}{2} K_A \gamma_1 H'^2 \quad (25)$$

gdzie:

- H' – całkowita wysokość ściany,
- K_A – współczynnik parcia aktywnego i wynosi:

$$K_A = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi_1}{2} \right) \quad (26)$$

Parcie bierne pominięto, co może odpowiadać schematowi obciążenia w trakcie wznoszenia obiektu. Ciężar betonu przyjęto: $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$ i traktowano jako nielosowy.

Mimośród wypadkowej obciążeń wynosi:

$$e = \frac{\sum M}{\sum V} \quad (27)$$

gdzie:

- $\sum V$ – suma sił pionowych działających na ścianę,
- $\sum M$ – suma momentów tych sił względem środka podstawy.

W przypadku analizy warunku na przesunięcie przyjęto 25% wpływu spójności gruntu, ze względu na naruszenie struktury gruntu spoistego. Opór na przesunięcie S w poziomie posadowienia (na styku podstawa ściany – grunt) jest zatem równy:

$$S = 0,25c_2 B + \sum V \cdot \operatorname{tg}\phi_2 \quad (28)$$

Opór na przesunięcie S_S w poziomie stropu warstwy ‘slabej’ (na styku *mocny* grunt – *slaby* grunt) wynosi:

$$S_S = 0,25c_3 B + (\sum V + \gamma_2 z_2 B) \cdot \operatorname{tg}\phi_3 \quad (29)$$

gdzie:

- z_2 – miąższość *mocnej* warstwy,
- B – szerokość podstawy.

Pod podstawą ściany założono podłoże uwarstwione. Miąższości warstw gruntu *mocnego* i *slabego* wynoszą odpowiednio $z_2 = 7 \text{ m}$ i $z_3 = 4 \text{ m}$. Do obliczenia oporu na wypieranie skorzystano z propozycji Madeja [15]. Polega ona na obliczeniu oporu podłoża dla jednorodnego gruntu *mocnego* i jednorodnego gruntu *slabego* oraz odczytaniu z nomogramu współczynnika Madeja η , zależnego od miąższości obu warstw. Według tej pro-

pozycji opór na wypieranie gruntu spod podstawy w warunkach z odpływem jest równy:

$$R = R_3 + \eta \cdot (R_2 - R_3) \quad (30)$$

gdzie:

R_2 i R_3 – opory na wypieranie odpowiednio *mocnej* i *slabej* warstwy,
 η – współczynnik Madeja.

Na podstawie nomogramów [15] współczynnik aproksymowano do postaci:

$$\eta = -41,719 + 1,899e^x + 4,476x + 19,930x^2 - 4,542x^3 - 0,322x^4 + 39,822 \cos(x) - 3,681 \sin(x) - 2,799 \cos(x) \sin(x) \quad (31)$$

gdzie:

x – stosunek miąższości warstwy gruntu *slabego* z_3 do szerokości podstawy B :

$$x = \frac{z_3}{B} \quad (32)$$

Opór na wypieranie w warunkach z odpływem dla gruntu *mocnego* R_2 obliczono zgodnie z Eurokodem [19, 20]:

$$R_2 = A' \cdot (c_2 N_{c,s_c} i_c + q' N_{q,s_q} i_q + 0,5 \gamma_2 B' N_{\gamma,s_\gamma} i_\gamma) \quad (33)$$

Opór na wypieranie dla gruntu *slabego* R_3 obliczono analogicznie jak R_2 .

były do siebie bardzo zbliżone, stąd w wynikach podawano górne ograniczenie prawdopodobieństwa awarii (wskaźnik niezawodności odpowiadał temu górnemu ograniczeniu).

Wskaźnik niezawodności dla mimośrodu osiąga znacznie większą wartość od pozostałych wskaźników niezawodności, ponieważ zależy on tylko od parametrów zasypki, które obarczone są niewielką zmiennością. Poza tym, jest to głównie warunek związany z geometrią ściany. W pozostałych trzech formach utraty stateczności osiąga się zbliżone do siebie wartości wskaźnika niezawodności. Dzięki temu daje się zauważyć duże różnice między prawdopodobieństwem ich wystąpienia i prawdopodobieństwem awarii obliczonym za pomocą ograniczeń Ditlevsena.

W tabl. 5. przedstawiono współczynniki wrażliwości, które określają wpływ parametrów gruntowych na poszczególne formy utraty stateczności. Dla ciężaru zasypki osiągają one wartości ujemne, ponieważ zasypka stanowi obciążenie; wzrost jej ciężaru zwiększa prawdopodobieństwo awarii. Współczynniki wrażliwości ciężarów gruntowych są znacznie mniejsze od współczynników wrażliwości kątów tarcia wewnętrznego i spójności. Jest to związane z dużo mniejszą zmiennością tych parametrów względem zmienności kąta tarcia wewnętrznego czy spójności.

REZULTATY

Istnieją różne systemy obliczeniowe do wyznaczania miar niezawodności. Jednym z nich jest pakiet STRUREL [23], który zawiera oprogramowanie Sysrel 9.6 Symbolic. Posłużono się nim, wykonując analizę poszukiwania ograniczeń Ditlevsena. Wyniki przedstawiono w tabl. 3 i 4. oraz na rys. 3 i 4. We wszystkich przypadkach górna i dolna granica nierówności (20)

PODSUMOWANIE

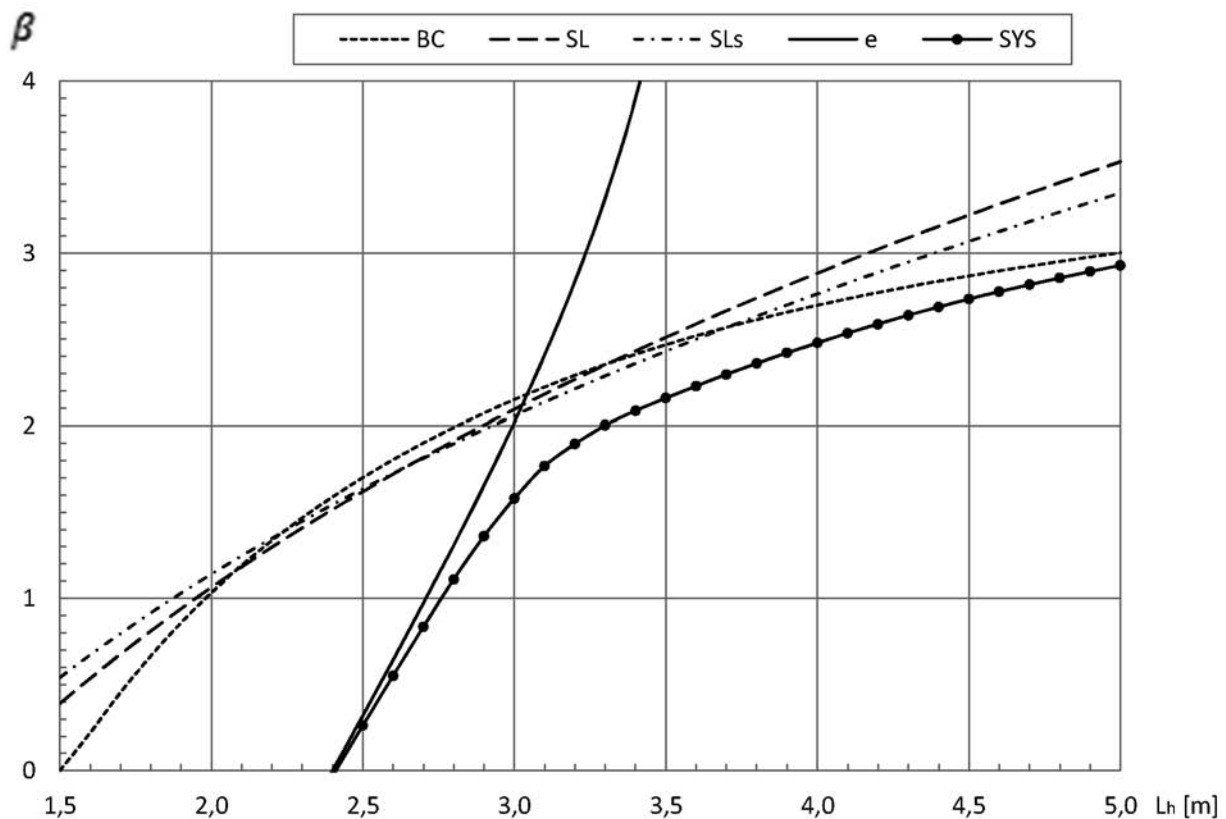
W pracy przedstawiono probabilistyczną analizę stateczności ściany oporowej. Różne formy utraty stateczności potraktowano jako system szeregowy z punktu widzenia teorii niezawodności konstrukcji. Jednym z celów pracy było sprawdzenie czy warto przeprowadzać skomplikowane analizy niezawodności ściany oporowej z uwzględnieniem korelacji poszczególnych stanów granicznych. W przypadku jednej dominującej formy utraty

Tabl. 3. Wskaźniki niezawodności β

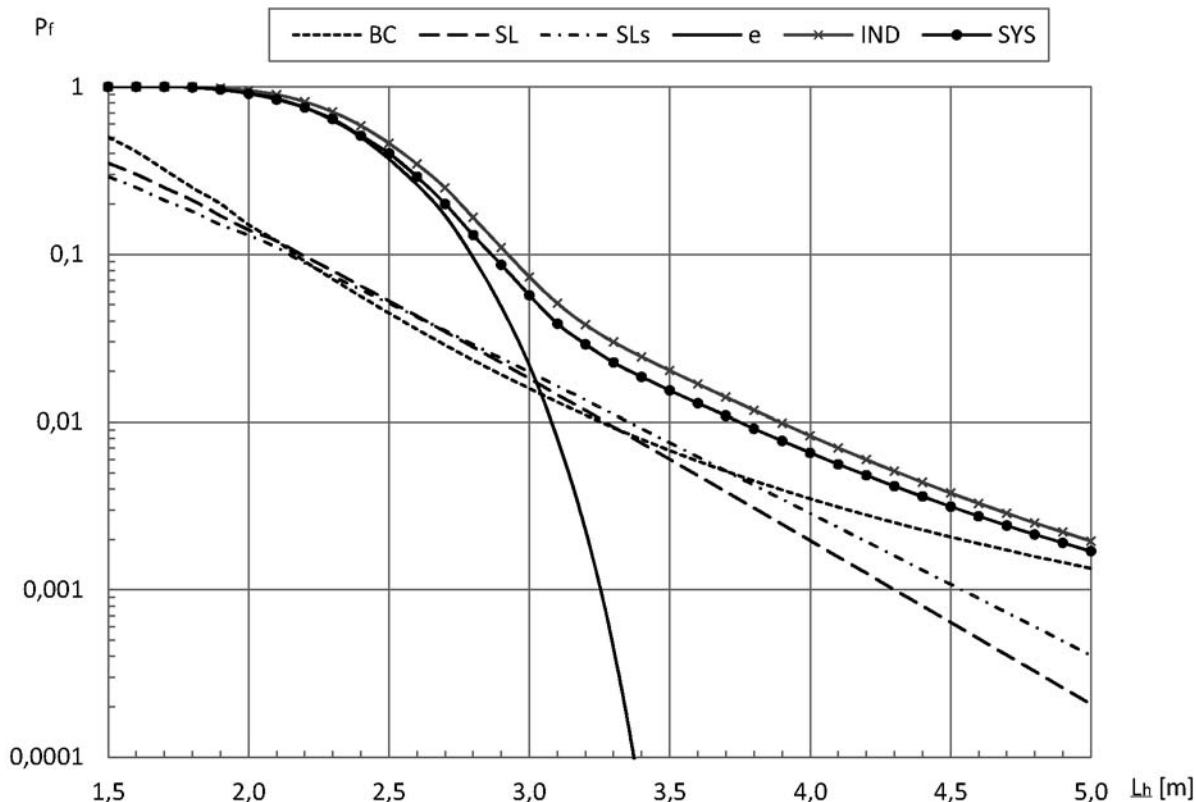
L_H [m]	Forma utraty stateczności				Granice Ditlevsena	
	wyparcie gruntu BC	przesunięcie fundament – grunt SL	przesunięcie grunt – grunt SLs	nadmierny mimośród e	dolna	górna
2,6	1,805	1,721	1,726	0,645	0,580	0,552
2,8	1,990	1,913	1,897	1,309	1,146	1,111
3,0	2,151	2,095	2,059	2,021	1,627	1,580
3,2	2,291	2,268	2,213	2,837	1,942	1,896
3,4	2,413	2,432	2,360	3,899	2,094	2,086
3,6	2,520	2,589	2,500	5,926	2,234	2,229
3,8	2,614	2,739	2,634	> 6	2,363	2,360
4,0	2,697	2,883	2,763	> 6	2,481	2,479
4,2	2,771	3,022	2,888	> 6	2,589	2,588
4,4	2,837	3,155	3,008	> 6	2,688	2,687
4,6	2,897	3,284	3,125	> 6	2,777	2,776
4,8	2,951	3,409	3,238	> 6	2,857	2,856
5,0	3,002	3,530	3,348	> 6	2,929	2,929

Tabl. 4. Prawdopodobieństwo awarii

L_H [m]	Forma utraty stateczności				Niezależne tryby awarii IND	Ograniczenia Ditlevsena SYS
	wyparcie gruntu BC	przesunięcie fundament – grunt SL	przesunięcie grunt – grunt SLs	nadmierny mimośród e		
1,6	0,41	0,30	0,25	1,00	1,00	1,00
1,8	0,25	0,21	0,18	0,99	1,00	0,99
2,0	0,15	0,14	0,13	0,92	0,95	0,91
2,2	9,07E-02	0,10	8,86E-02	0,75	0,81	0,75
2,4	5,60E-02	6,48E-02	6,14E-02	0,50	0,59	0,51
2,6	3,56E-02	4,27E-02	4,22E-02	0,26	0,35	0,29
2,8	2,33E-02	2,79E-02	2,89E-02	9,52E-02	0,17	0,13
3,0	1,58E-02	1,81E-02	1,98E-02	2,17E-02	7,33E-02	5,70E-02
3,2	1,10E-02	1,17E-02	1,35E-02	2,27E-03	3,80E-02	2,90E-02
3,4	7,91E-03	7,51E-03	9,15E-03	4,83E-05	2,44E-02	1,85E-02
3,6	5,87E-03	4,81E-03	6,22E-03	1,56E-08	1,68E-02	1,29E-02
3,8	4,48E-03	3,08E-03	4,22E-03	< 1,00E-10	1,17E-02	9,15E-03
4,0	3,50E-03	1,97E-03	2,86E-03	< 1,00E-10	8,31E-03	6,59E-03
4,2	2,80E-03	1,26E-03	1,94E-03	< 1,00E-10	5,99E-03	4,83E-03
4,4	2,28E-03	8,02E-04	1,31E-03	< 1,00E-10	4,39E-03	3,61E-03
4,6	1,89E-03	5,11E-04	8,90E-04	< 1,00E-10	3,29E-03	2,75E-03
4,8	1,58E-03	3,26E-04	6,02E-04	< 1,00E-10	2,51E-03	2,14E-03
5,0	1,34E-03	2,08E-04	4,06E-04	< 1,00E-10	1,95E-03	1,70E-03



Rys. 3. Wskaźnik niezawodności β w zależności od długości odsadzki



Rys. 4. Prawdopodobieństwo awarii w zależności od długości odsadzki

Tabl. 5. Współczynniki wrażliwości α

Parametr gruntu	Wyparcie gruntu BC	Przesunięcie fundament – grunt SL	Przesunięcie grunt – grunt SLs	Nadmierny mimośród e
γ_1	-0,137	-0,087	-0,119	-0,032
ϕ_1	0,462	0,454	0,428	0,999
γ_2	0,030	0	0,082	0
ϕ_2	0,564	0,839	0	0
c_2	0,513	0,287	0	0
γ_3	0,035	0	0	0
ϕ_3	0,349	0	0,888	0
c_3	0,251	0	0,085	0

stateczności prawdopodobieństwo awarii systemu pokrywa się z prawdopodobieństwem zajścia tego zdarzenia. Wykazano jednak, że są przypadki, gdzie prawdopodobieństwo awarii systemu jest znacznie większe od maksymalnego prawdopodobieństwa pojedynczego zdarzenia. Te różnice zaobserwowano w przytoczonym tu przykładzie, gdzie brak jest jednej dominującej formy utraty stateczności. Okazuje się, że w takiej sytuacji warto przeprowadzić analizę miar niezawodności systemu z uwzględnieniem ograniczeń Ditlevsena, ponieważ oszacowanie prawdopodobieństwa awarii oparte na przypadku najbardziej prawdopodobnym prowadzi do niebezpiecznego zwymiarowania konstrukcji, zaś założenie stochastycznej niezależności (18) może prowadzić do jej przewymiarowania. Ograniczenia Ditlevsena pozwalają uzyskać dokładniejsze wyniki, które różnią się

znacznie od przypadku najbardziej prawdopodobnego i od wyników uzyskanych przy założeniu stochastycznej niezależności. Ponadto wyznaczono współczynniki wrażliwości wskaźników niezawodności. Wykazano, że dla każdego stanu granicznego największy wpływ mają kąty tarcia wewnętrzne gruntu.

Badane w pracy wskaźniki niezawodności mogą być istotne przy wymiarowaniu konstrukcji oporowych według zasad teorii niezawodności (*reliability based design*). Pozwalają na projektowanie na odpowiednim poziomie bezpieczeństwa, czyli na postulowany wskaźnik niezawodności. Obliczenia tego rodzaju są coraz częściej przeprowadzane w celu porównania z obliczeniami według Eurokodu 7. W ramach Eurokodu 7 uwzględnienie naturalnej niepewności właściwości podłoża zostało mocno ograniczone. Można tego dokonać na etapie ustalania wartości charakterystycznych, aczkolwiek wytyczne w tym zakresie są mało precyzyjne. Z drugiej strony współczynniki cząstkowe określające zależności pomiędzy wartościami charakterystycznymi a obliczeniowymi są podane arbitralnie, co nie pozwala na uwzględnianie niepewności. W związku z tym w skomplikowanych konstrukcjach dosyć często projektuje się według zasad teorii niezawodności (*reliability based design*).

LITERATURA

1. Ang A. H.-S., Tang, W. H.: Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Volume II: Decision, Risk and Reliability, John Wiley & Sons, 1984.
2. Biernatowski K.: Stateczność fundamentów cz. I. Zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa dla oceny współczynników bezpieczeństwa przy sprawdzaniu fundamentów. Archiwum Hydrotechniki, t. 13, nr 2/1966, 239-262.

3. Biernatowski K.: Stateczność fundamentów cz. II. Stateczność na obrót i przesunięcie w ujęciu probabilistycznym. *Archiwum Hydrotechniki*, t. 13, nr 2/1966, 283-302.
4. Biernatowski K.: Stateczność fundamentów cz. III. Stateczność na wypieranie gruntu w ujęciu probabilistycznym. *Archiwum Hydrotechniki*, t. 15, 1968, 261-280.
5. Biernatowski K.: Stability of slopes in probabilistic solutions, Proc. of the 7th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Mexico. Vol. 2, 1968, 527-530.
6. Biernatowski K., Puła W.: Probabilistic analysis of the stability of massive bridge abutments using simulation methods. *Structural Safety*, 5(1), 1988, 1-15.
7. Bowles J. E.: *Foundation Analysis and Design*. McGraw-Hill, 5th edition, 1997.
8. Cornell C. A.: A first-order reliability theory for structural design. Study No. 3, *Structural Reliability and Codified Design*. University of Waterloo, Ontario, Canada, 1969.
9. Cornell C. A.: A probability-based Structural Code. *ACI Journal*, vol. 66, No. 12, 1969, 974-985.
10. Ditlevsen O.: Narrow reliability bounds for structural systems, *Journal of Structural Mechanics*, 7(4), 1979, 453-472.
11. Ditlevsen O., Madsen H. O.: **Structural Reliability Methods**. John Wiley & Sons, Chichester 1996.
12. Hoeg K., Murarka R. P.: Probabilistic analysis and design of retaining wall. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 100(3), 349-366 *Computers and Geotechnics*, 37, 1974, 359-373.
13. Hohenbichler M., Gollwitzer S., Kruse W., Rackwitz R.: New light on first and second-order reliability methods. *Structural Safety*, 4, 1987, 267-284.
14. Lumb P.: The variability of natural soils, *Canadian Geotechnical Journal*, 3(2), 1966, 74-97.
15. Madej J.: O nośności granicznej podłoża uwarstwionego. *Inżynieria i Budownictwo*, nr 6/1977; Nośność graniczna podłoża uwarstwionego w świetle normy PN-81/B-03020, VII Konfer. Mech. Gruntów i Fund., Poznań 1984, t. 2, 23-30.
16. Madsen H. O., Krenk S., Lind N. C.: *Methods of structural safety*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey 1986.
17. PN-81/B-03020. Posadowienie bezpośrednie budowli. Obliczenia statyczne i projektowanie.
18. PN-83/B-03010. Ściany oporowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
19. PN-EN 1997. Projektowanie geotechniczne. Część 1. Zasady ogólne.
20. PN-EN 1997-1: 2008/Ap 2. Poprawka do polskiej normy PN-EN 1997-1. Projektowanie geotechniczne. Część 1. Zasady ogólne.
21. Puła W.: Zastosowania teorii niezawodności do oceny bezpieczeństwa fundamentów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004.
22. Suska M., Puła W.: Reliability assesment of bearing capacity of layered soils using High Dimensional Model Representation (HDMR), *Studia Geotechnica et Mechanica*, Vol. 35, No. 1/2013, 233-243.
23. STRUREL. A Structural Reliability Analysis Program System, Comrel & Sysrel: Users Manual, RCP Consult, München 2003.
24. Tang W. H.: Correlation, multiple random variables, and system reliability. Workshop presented at GeoLogan 97 Conference: Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, G. A. Fenton, ed., July 15 1997, Logan, Utah, USA, 39-50.
25. Terzaghi K., Peck R. B., Mesri G.: *Soil Mechanics in Engineering Practice*. 3rd edition, John Wiley & Sons, 1996.
26. Vanmarcke E. H.: Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 103(11), 1977, 1227-1246.
27. Zevgolis I. E., Bourdeau P. L.: System reliability of cantilever retaining walls with correlated failure modes, *GeoCongress 2006: Geotechnical Engineering in the Information Technology Age*, D. J. DeGroot, J. T. DeJong, D. Frost, and L. G. Baise, eds., ASCE, February 26 – March 1, 2006, Atlanta, GA, USA.
28. Zevgolis I. E. and Bourdeau P. L.: Probabilistic analysis of retaining walls, *Computers and Geotechnics*, 37, 2010, 359-373.