

Kolumny piaskowe w otoczce geosyntetycznej Propozycja nowego opisu matematycznego systemu GEC

Prof. dr hab. inż. Zygmunt Meyer, mgr inż. Andrzej Łopatka
Przedsiębiorstwo Realizacyjne INORA Sp. z o.o.

Wzmocnienie podłoża za pomocą różnego rodzaju kolumn jest jednym z częściej stosowanych sposobów w sytuacji, gdy zastane warunki gruntowe nie pozwalają w prosty sposób wykonać realizacji ze względu na niewystarczającą nośność bądź zbyt małą sztywność podłoża. Jednym z coraz bardziej popularnych rodzajów kolumn są kolumny w tak zwanym systemie GEC (*Geosynthetic Encased Column*). Kolumna GEC jest smukłą kolumną piaskową, w której zabezpieczenie przed zniszczeniem wewnętrznym polegającym na spęcznieniu materiału mineralnego w okolicach jej głowicy uzyskuje się za pomocą otaczającego kolumnę geosyntetyku, który ma sztywność na rozciąganie. Poprzez instalację w poziomie głowicy kolumn zbrojenia nadpalowego osiąga się *quasi* jednorodne osiadania powierzchni wzmocnionego terenu. Ze względu na to, że kolumna jest elementem o znacznie większej sztywności niż otaczający ją grunt słaby, dlatego też stan jednakowych osiadań może być osiągnięty jedynie w sytuacji, gdy kolumna będzie znacznie bardziej obciążona. W ten właśnie sposób uzyskuje się efekt wzmocnienia – odciążenia warstwy słabej. System kolumn GEC jest systemem „samoregulującym się”. Oznacza to, że grunt słabonośny osiadzie dokładnie tyle, na ile pozwoli mu kolumna, i przeniesie obciążenie o wartości odpowiadającej temu osiadanemu. Ogólnie można stwierdzić, że wraz z usztywnianiem się podłoża system dąży do wyrównania naprężenia na powierzchni komórki jednostkowej - grunt otaczający kolumnę przenosi coraz to większą, a kolumna coraz mniejszą część obciążenia [5].

Obliczenia dotyczące efektywności wykonanego wzmocnienia oraz bezpieczeństwa pojedynczej kolumny dają różne rezultaty przy zastosowaniu różnych modeli obliczeniowych. Większość z nich opiera się na koncepcji komórki jednostkowej, zatem osiowo symetrycznego układu pojedynczej kolumny wraz z otaczającym ją i wzmacnianym przez nią gruntem.

Jednym z uproszczeń w obecnie stosowanych modelach obliczeniowych opartych o tę koncepcję jest założenie, że nośne podłoże podścielające warstwę słabą i będące oparciem dla kolumn jest całkowicie sztywne, co powoduje, że wyznaczone osiadania dotyczą jedynie strefy gruntu znajdującej się pomiędzy poziomem głowicy i podstawy kolumny. Założenie to jest poprawne tylko podczas rozpatrywania zachowania się gruntu słabego, ponieważ grunt wymagający wzmocnienia charakteryzuje się na ogół dużą ścisłością, z której wynika, że osiadania w jego strefie są skutkiem zmniejszenia porowatości. Kolumna natomiast, w porównaniu do otaczającego ją gruntu jest elementem znacznie bardziej obciążonym, mającym nieporównywalnie większą sztywność osiową, co powoduje, że po obciążeniu kolumna zagłębia się również w dnie komórki jednostkowej. Założenie absolutnej sztywności podłoża prowadzi do zaniżenia wartości osiadań. W konsekwencji powoduje to niedoszacowanie przekazanego na głowicę kolumny naprężenia. Błąd wynikający z tego uproszczenia nie jest duży. Mając jednak na uwadze najnowsze dokonania w zakresie geotechniki, można skonstruować model, w którym uwzględni się podatność podłoża

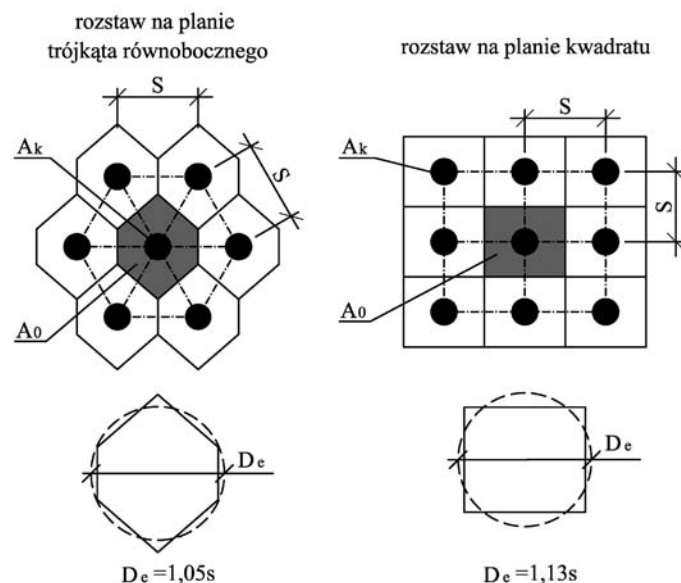
za nośnego. Metodologię obliczania osiadań podstawy kolumny uwzględniającą parametry fizyczne i mechaniczne nośnego podłoża przedstawiono w pracy [3], w której to zaproponowano szacowanie osiadań za pomocą zmodyfikowanego wzoru na osiadanie płyty statycznej. Ponadto prowadzony monitoring obiektów posadowionych na kolumnach w systemie GEC wykazuje, że prognozowane wartości sił obwodowych w geosyntetyku są zawyżone w stosunku do wartości pomierzonych [6].

Można zatem przypuszczać, że spowodowane jest to przeszacowaniem obciążenia przekazanego na kolumnę oraz niedoszacowaniem obciążenia przenoszonego przez grunt słaby. Zastosowanie w obliczeniach modelu osiadania gruntu uwzględniającego jego usztywnianie się w procesie konsolidacji mogłoby prowadzić do dociążenia gruntu słabego i odciążenia kolumny. Możliwości takie daje model zaprezentowany w pracy [4], który uzależnia wartość modułu ścisłości od zmian (zmniejszenia) porowatości gruntu.

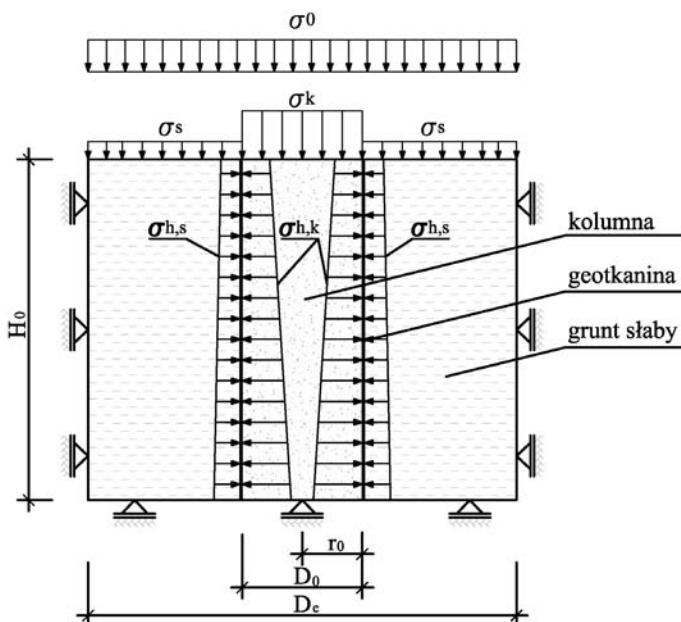
W niniejszym artykule przedstawiono propozycję nowego opisu matematycznego systemu GEC bazującego na najnowszych osiągnięciach w zakresie geotechniki.

PODSTAWY TEORETYCZNE

W części tej przedstawiono podstawowe założenia dotyczące komórki jednostkowej, która jest koncepcją używaną powszechnie podczas wymiarowania kolumn kamiennych oraz kolumn GEC. Ponadto przedstawiono elementarne zależności będące podstawą do budowy modelu obliczeniowego.



Rys. 1. Siatka wzmocnienia kolumn – obszar wpływu kolumny
gdzie: A_k – pole powierzchni przekroju poprzecznego kolumny, A_0 – pole powierzchni przekroju poprzecznego całej komórki jednostkowej



Rys. 2. Przekrój poprzeczny przez komórkę jednostkową, oznaczenie symboli

Geometria komórki jednostkowej wynika z przyjętej przez projektanta siatki wzmocnienia gruntu. Ustalając rodzaj siatki wzmocnienia (kwadratowy bądź w formie trójkąta równobocznego) oraz rozstaw pomiędzy kolumnami, sprowadza się pole wzmocnianego przez kolumnę terenu do koła o średnicy D_e mającego jednakowe pole powierzchni.

Wszystkie stosowane metody w ramach koncepcji komórki jednostkowej opierają się na założeniach [1, 2]:

- grunt słabonośny oraz głowica kolumny poddane są pionowemu obciążeniu zewnętrznemu σ_s oraz σ_k ; wewnętrzna powierzchnia boczna na styku kolumny oraz gruntu jest poddana poziomemu oddziaływaniu σ_h ;
- dolny brzeg komórki jednostkowej jest unieruchomiony w kierunku pionowym, powierzchnia boczna promieniowo w kierunku poziomym (przegubowo-przesuwnie);
- osiadania głowicy kolumny s_k oraz otaczającego kolumnę gruntu słabego s_s mają tę samą wartość;
- osiadania kolumny zachodzą przy braku zmiany jej objętości.

Znając pole powierzchni przekroju poprzecznego kolumny A_k oraz przekroju poprzecznego pojedynczej komórki A_0 , określa się procentowy udział kolumn na powierzchni wzmocnianego podłoża za pomocą tak zwanego wskaźnika wymiany gruntu:

$$\alpha = \frac{A_k}{A_0} \quad (1)$$

Efektywność wykonanego wzmocnienia, a więc stopień odciążenia gruntu słabego, określa się współczynnikiem redystrybucji naprężenia, wyrażającym część obciążenia całkowitego przeniesionego przez kolumnę:

$$E = \frac{\sigma_k \cdot A_k}{\sigma_0 \cdot A_0} = \frac{N_k}{N_0} \quad (2)$$

gdzie:

N_k – obciążenie przypadające na kolumnę [N],

N_0 – obciążenie przypadające na całą komórkę jednostkową [N].

Parametr ten „rozdziela” naprężenie całkowite σ_0 na część przypadającą na kolumnę σ_k oraz na otaczający ją grunt słaby σ_s , według zależności:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_0(1-E)}{1-\alpha} \quad (3)$$

$$\sigma_k = \frac{\sigma_0 \cdot E}{\alpha} \quad (4)$$

Ponadto naprężenie na powierzchni pojedynczej komórki jednostkowej przed i po redystrybucji musi być równe:

$$\sigma_0 = (1-\alpha) \cdot \sigma_s + \alpha \cdot \sigma_k \quad (5)$$

Kolumna GEC jest w przekroju poprzecznym cienkościenną rurą obciążoną wewnętrznym naprężeniem poziomym σ_h powodującym pęcznienie kolumny. W obliczeniach zakłada się, że kolumna po obciążeniu nie zmienia swojej objętości, co oznacza, że spęcznienie kolumny musi być skompensowane jej skróceniem (osiadaniem). Naprężenie σ_h jest wypadkową parcia w mineralnym wypełnieniu kolumny oraz w otaczającym ją gruncie słabym. Ze względu na zmienne wraz z głębokością wartości pierwotnego naprężenia pionowego, wypadkowa wartość σ_h jest również zmienna i uzależniona od głębokości. Dlatego w celu zwiększenia dokładności obliczeń, komórkę jednostkową należy podzielić na poziome plastry i wyznaczyć siły powodujące pęcznienie dla każdego elementarnego plastra. W przedmiotowym modelu założono, że materiał mineralny nie znajduje się w stanie granicznym, a parcie w kolumnie jest parciem spoczynkowym.

Wypadkowa parcia (według oznaczeń z rys 2):

$$\sigma_{h,i} = \sigma_{h,k,i} - \sigma_{h,s,i} \quad (6)$$

gdzie:

$\sigma_{h,s,i}$ – parcie spoczynkowe w gruncie słabym (w środku elementarnego plastra),

$\sigma_{h,k,i}$ – parcie spoczynkowe w kolumnie (w środku elementarnego plastra).

Składowe parcia wyznacza się następująco:

$$\sigma_{h,k,i} = \sigma_{z,k,i} \cdot K_{0,k} \quad (7)$$

$$\sigma_{h,s,i} = \sigma_{z,s,i} \cdot K_{0,s} \quad (8)$$

gdzie:

$\sigma_{z,k,i}$ – pionowe, całkowite naprężenie w kolumnie

$$\sigma_{z,k,i} = \sigma_k + \gamma_k \cdot z_i \quad (9)$$

$\sigma_{z,s,i}$ – pionowe, całkowite naprężenie w gruncie otaczającym kolumnę

$$\sigma_{z,s,i} = \sigma_s + \gamma_s \cdot z_i \quad (10)$$

$K_{0,k}$ – współczynnik parcia spoczynkowego w materiale mineralnym kolumny,

$K_{0,s}$ – współczynnik parcia spoczynkowego w gruncie otaczającym kolumnę.

Naprężenie poziome wewnątrz rury powoduje powstanie naprężeń i sił obwodowych w okrywie geosyntetycznej.

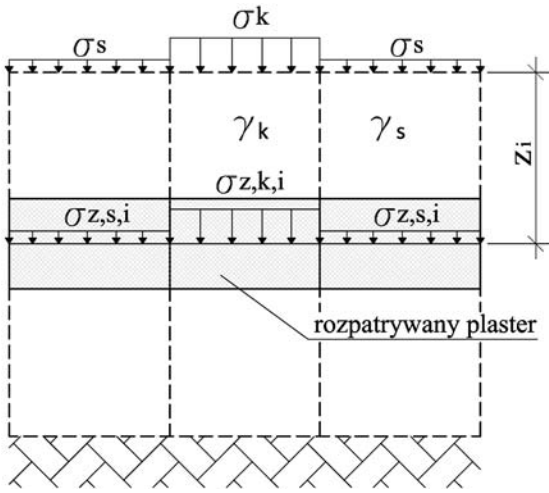
Wartość naprężenia obwodowego:

$$\sigma_{ob,i} = \frac{r_0 \cdot \sigma_{h,i}}{\delta} \quad (11)$$

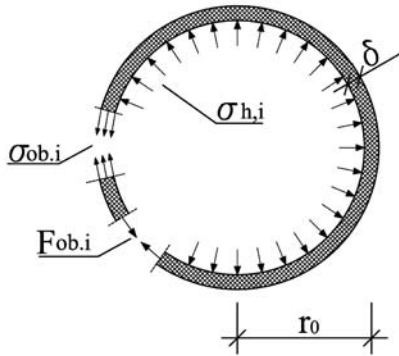
Wartość siły obwodowej odniesionej do otoczki:

$$F_{ob,i} = r_0 \cdot \sigma_{h,i} \quad (12)$$

Odształcenie otoczki geosyntetycznej (przyrost obwodu kolumny):



Rys. 3. Oznaczenia do wzorów (9) i (10)



Rys. 4. Rura cienkościenna, oznaczenie symboli, gdzie: \$d\$ – grubość otoczki

$$\varepsilon_{ob,i} = \frac{F_{ob,i}}{J} \quad (13)$$

gdzie:

\$J\$ – sztywność otoczki geosyntetycznej na rozciąganie.

Osiadania z tytułu pęcznienia dla elementarnego plastra przy założeniu niezmiennego objętości gruntu w kolumnie można wyznaczyć z wzoru:

$$s_{k,r,i} = H_{0,i} \frac{\Delta A}{A + \Delta A_i} \quad (14)$$

gdzie:

\$H_{0,i}\$ – pierwotna wysokość elementarnego plastra \$i\$,

\$A\$ – pole powierzchni przekroju kolumny przed spęcznieniem,

\$\Delta A_i\$ – przyrost pola powierzchni kolumny w plasterze \$i\$ (po spęcznieniu):

$$\Delta A_i = 2\pi \cdot r_0 \cdot \Delta r_i + \pi \cdot \Delta r_i^2 \quad (15)$$

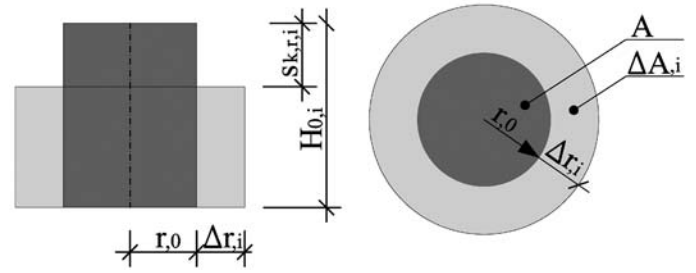
Ze względu na to, że przyrost promienia plastra \$i\$ można zapisać:

$$\Delta r_i = \frac{r_0^2 \cdot \sigma_{h,i}}{J} \quad (16)$$

wrażenie (14) przyjmie ostatecznie postać:

$$s_{k,r,i} = H_{0,i} \frac{r_0 \cdot \sigma_{h,i} \cdot (2J + r_0 \cdot \sigma_{h,i})}{(J + r_0 \cdot \sigma_{h,i})^2} \quad (17)$$

Wartość osiadań kolumny spowodowana jej spęcznieniem jest sumą osiadań wszystkich plasterów.



Rys. 5. Schemat spęcznienia pojedynczego plastra [oznaczenia do wzorów (14), (15), (16) i (17)]

Sposób obliczenia zagłębienia podstawy kolumny w gruncie nośnym przedstawiono w publikacji [3]. Należy również założyć, że napężenie przekazane na głowicę kolumny można sprowadzić do jej podstawy. Oznacza to, że w obliczeniach pomija się wpływ ewentualnego tarcia na pobocznicę. Założenie takie jest realne, mając na uwadze właściwości gruntów wymagających wzmocnienia.

Osiadanie podstawy kolumny:

$$s_{k_p} = \frac{\sigma_k}{E_p} \cdot \frac{D_0 \cdot z_0}{D_0 + z_0} \quad (18)$$

gdzie:

\$E_p\$ – moduł odkształcenia gruntu nośnego

Głębokość aktywną \$z_0\$ określa się następująco:

$$z_0 = \frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg} \phi} \cdot \frac{1}{\ln \left(\frac{E_p}{\sigma_k} \right)} \cdot \frac{\sigma_k}{\gamma} \quad (19)$$

gdzie:

\$\phi\$ – kąt tarcia wewnętrznej warstwy nośnej,

\$\gamma\$ – ciężar objętościowy warstwy nośnej.

Osiadania gruntu słabego \$s_s\$ można wyznaczyć, stosując model uwzględniający usztywnianie się gruntu podczas osiadania [4]:

$$s_s = n_0 \cdot H_0 \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa - 1}{n_0} \cdot \frac{\sigma_s}{M_0} \right)^{-1} \right] \quad (20)$$

gdzie:

\$n_0\$ – początkowa porowatość gruntu (przed obciążeniem),

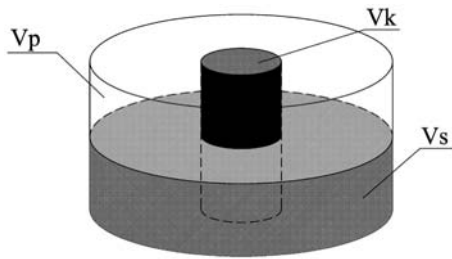
\$M_0\$ – początkowy moduł ściśliwości gruntu (przed obciążeniem).

Przedstawiony w pracy [4] model umożliwia również wyznaczenie modułu ściśliwości gruntu po jego osiadań:

$$M(s) = M_0 \cdot \left(1 - \frac{s}{n_0 \cdot H_0} \right)^{-\kappa} \quad (21)$$

MODEL MATEMATYCZNY SYSTEMU GEC

Przedstawiony w pracy [4] model gruntu uzależnia jego sztywność oraz osiadania od zmian porowatości gruntu. Umożliwia to w pewnych przypadkach określenie wzmocnienia gruntu bezpośrednio po instalacji kolumn. Kolumny GEC można instalować w podłożu metodą przemieszczeniową („na rozpych”) lub metodą z usuwaniem urobku („z podwierciem”). Wybór konkretnej metody instalacji jest uzależniony od warunków gruntowych,



Rys. 6. Schemat komórki jednostkowej [oznaczenia do wzorów (22), (23), (24) i (25)], gdzie V_k – objętość wprowadzonej kolumny

i w przypadku zastosowania metody przemieszczeniowej doprowadzi do zmniejszenia porowatości, a zatem do usztywnienia gruntu jeszcze przed przyłożeniem obciążenia zewnętrznego.

Porowatość początkowa gruntu niewzmocnionego wynosi:

$$n_0 = \frac{V_p}{V_p + V_s} \quad (22)$$

gdzie:

V_p – objętość porów w komórce,

V_s – objętość szkieletu gruntowego w komórce.

Zakładając, że objętość komórki jednostkowej pozostaje stała podczas wykonywania wzmocnienia, instalacja metodą przemieszczeniową może odbyć się jedynie kosztem porowatości (zmniejszeniem ilości porów). Porowatość gruntu po zainstalowaniu kolumn przyjmie postać:

$$n_{inst} = \frac{V_p - V_k}{V_p + V_s} \quad (23)$$

Ponieważ wskaźnik wymiany gruntu (1) można zapisać również w postaci stosunku objętości:

$$\alpha = \frac{V_k}{V_p + V_s} \quad (24)$$

porowatość gruntu po instalacji kolumn metodą przemieszczeniową można zapisać następująco:

$$n_{inst} = n_0 - \alpha \quad (25)$$

natomiast wartość sztywności gruntu słabego po instalacji kolumn, a przed przyłożeniem obciążenia zewnętrznego wyznaczono, przekształcając równanie (21) do postaci:

$$M_{inst} = M_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{n_0}\right)^{-\kappa} \quad (26)$$

Instalacja kolumn metodą z usuwaniem urobku nie powoduje zmian w porowatości gruntu ($n_{inst} = n_0$), a zatem nie powoduje jego usztywnienia przed przyłożeniem obciążenia zewnętrznego ($M_{inst} = M_0$).

Konstruowany model powinien pozwalać ocenić efektywność systemu, a więc stopień odciążenia warstwy słabej oraz powinien pozwolić ocenić bezpieczeństwo pojedynczej kolumny. Konieczne jest określenie rozkładu obciążenia na powierzchni komórki jednostkowej oraz wszystkich istotnych parametrów odpowiadających temu obciążeniu. Model musi zatem umożliwić wyznaczenie:

- obciążenie gruntu słabego σ_s [Pa];
- obciążenie głowicy kolumny σ_k [Pa];

- osiadanie powierzchni wzmocnionego terenu s [m];
- maksymalną wartość siły obwodowej w geosyntetyku $F_{ob,i}$ [N/m];
- maksymalną wartość odkształcenia geosyntetyku $e_{ob,i}$ [%].

Kluczowe do wyznaczenia powyższych elementów jest określenie rozkładu naprężenia na powierzchni komórki jednostkowej: wartości σ_k oraz σ_s . Ponieważ w obliczeniach zakłada się jednorodny rozkład osiadań powierzchni komórki jednostkowej, za poprawną parę naprężeń uznaje się taką, dla której spełniony jest warunek:\

$$s_k = s_s \quad (27)$$

gdzie:

s_k – osiadania głowicy kolumny,

s_s – osiadania gruntu otaczającego kolumnę.

Osiadania głowicy kolumny mają dwa źródła – osiadania będące skutkiem pęcznienia kolumny $s_{k,r}$ oraz osiadania spowodowane zagłębieniem podstawy kolumny w gruncie nośnym $s_{k,p}$, stąd powyższy warunek przyjmie postać:

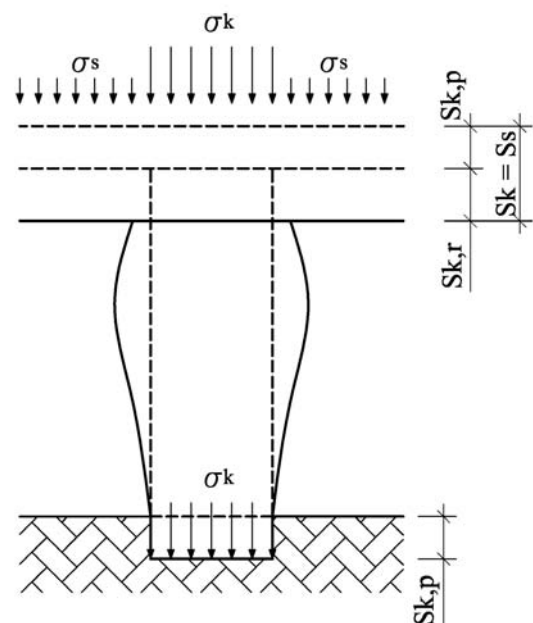
$$s_{k,p} + s_{k,r} = s_s \quad (28)$$

Ponadto, w celach poznawczych można przeanalizować osobno elementarne składowe osiadania, przeprowadzając obliczenia dla równań:

$$s_{k,r} = s_s \quad (29)$$

$$s_{k,p} = s_s \quad (30)$$

Zależności (29) i (30) nie dają pełnego obrazu zachowania się systemu GEC. Warunek (29) będzie przedstawiał stan, w którym niedoszacowany będzie współczynnik redystrybucji naprężenia i jest tożsamy z modelami nieuwzględniającymi podatności nośnego podłoża. Warunek (30) może być użyteczny podczas analiz wzmocnienia za pomocą kolumn o dużej sztywności, w których jedynym źródłem osiadania jest zagłębienie podstawy w gruncie nośnym.



Rys. 7. Schemat oznaczeń osiadań kolumny

Obciążenie kolumny skutkujące pęcznieniem prowadzącym do osiadań o wartości równej osiadaniu gruntu słabego można użyć, rozwiązując warunek (29), to znaczy przyrównując równania (17) i (20). W celu ułatwienia niżej przedstawione zależności dotyczą jednego wydzielonego z komórki jednostkowej „plastra” o miąższości $H_{0,i}$.

$$H_{0,i} \frac{r_0 \cdot \sigma_{h,i} \cdot (2J + r_0 \cdot \sigma_{h,i})}{(J + r_0 \cdot \sigma_{h,i})^2} = n_0 \cdot H_{0,i} \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa - 1}{n_0} \cdot \frac{\sigma_s}{M_0} \right)^{\frac{-1}{\kappa - 1}} \right] \quad (31)$$

Powyższe równanie dla $\sigma_{h,i}$ ma dwa rozwiązania:

$$\sigma_{h,i,1} = \frac{J \cdot \left[n_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \right) + \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{n_0}{\left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} - n_0 + 1}} \right) \right]}{r_0 \cdot \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot (1 - n_0) + n_0 \cdot r_0} \quad (32)$$

$$\sigma_{h,i,2} = \frac{J \cdot \left[n_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \right) + \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{n_0}{\left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} - n_0 + 1}} \right) \right]}{r_0 \cdot \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot (1 - n_0) + n_0 \cdot r_0} \quad (33)$$

Do dalszych obliczeń za poprawne należy przyjąć równanie (32), które daje dodatnie wartości składowej poziomej naprężenia. Uwzględniając zależności (6), (7), (8), (9) i (10), ostatecznie otrzymamy $\sigma_k = f(\sigma_s)$:

$$\sigma_k = \frac{(\sigma_s + \gamma_s \cdot z_i) \cdot K_{0,s}}{K_{0,k}} \cdot \frac{J \cdot \left[n_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \right) + \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{n_0}{\left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} - n_0 + 1}} \right) \right]}{\left(r_0 \cdot \left(\frac{\sigma_s \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot (1 - n_0) + n_0 \cdot r_0 \right) \cdot K_{0,k}} - \gamma_k \cdot z_i \quad (34)$$

Znając relacje s_s/s_k , wprowadzając koncepcje komórki jednostkowej z zależności (5) oraz korzystając z równań (3) i (4), można wyznaczyć dodatkowo zależności $\sigma_k = f(\sigma_0)$ oraz $\sigma_s = f(\sigma_0)$.

$$\sigma_k = \frac{\left(\frac{\sigma_0 \cdot (E - 1)}{\alpha - 1} + \gamma_s \cdot z_i \right) \cdot K_{0,s}}{K_{0,k}} \cdot \frac{J \cdot \left[n_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{\sigma_0 \cdot (E - 1) \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha - 1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \right) + \left(\frac{\sigma_0 \cdot (E - 1) \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha - 1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{n_0}{\left(\frac{\sigma_0 \cdot (E - 1) \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha - 1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} - n_0 + 1}} \right) \right]}{\left(r_0 \cdot \left(\frac{\sigma_0 \cdot (E - 1) \cdot (\kappa - 1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha - 1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot (1 - n_0) + n_0 \cdot r_0 \right) \cdot K_{0,k}} - \gamma_k \cdot z_i \quad (35)$$

$$\sigma_s = \frac{\left(\frac{\sigma_0 \cdot (E-1)}{\alpha-1} + \gamma_s \cdot z_i \right) \cdot K_{0,s}}{K_{0,k}} \cdot \left(J \cdot n_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_0 \cdot (E-1) \cdot (\kappa-1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha-1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \right] + \left(\frac{\sigma_0 \cdot (E-1) \cdot (\kappa-1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha-1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{n_0}{\left(\frac{\sigma_0 \cdot (E-1) \cdot (\kappa-1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha-1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} - n_0 + 1}} \right] \right) \cdot \gamma_k \cdot z_i \cdot \frac{\alpha \cdot (E-1)}{E \cdot (\alpha-1)} \quad (36)$$

$$\left(r_0 \cdot \left(\frac{\sigma_0 \cdot (E-1) \cdot (\kappa-1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha-1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot (1-n_0) + n_0 \cdot r_0 \right) \cdot K_{0,k}$$

Wykorzystując w równaniu (17) zależności (6) ÷ (10) oraz (3) i (4), można określić relacje pomiędzy osiadaaniem kolumny spowodowanym jej pęcznieniem $s_{k,r}$ i obciążeniem przypadającym na komórkę jednostkową s_0 :

$$s k_r = \frac{H_{0,i} \cdot r_0 \cdot \left(2 \cdot J + r_0 \cdot \left(K_{0,k} \cdot \left(\gamma_k \cdot z_i + \frac{E \cdot \sigma_0}{\alpha} \right) - K_{0,s} \cdot \left(\gamma_s \cdot z_i + \frac{\sigma_0 \cdot (E-1)}{\alpha-1} \right) \right) \right) \cdot \left(K_{0,k} \cdot \left(\gamma_k \cdot z_i + \frac{E \cdot \sigma_0}{\alpha} \right) - K_{0,s} \cdot \left(\gamma_s \cdot z_i + \frac{\sigma_0 \cdot (E-1)}{\alpha-1} \right) \right)}{\left(J + r_0 \cdot \left(K_{0,k} \cdot \left(\gamma_k \cdot z_i + \frac{E \cdot \sigma_0}{\alpha} \right) - K_{0,s} \cdot \left(\gamma_s \cdot z_i + \frac{\sigma_0 \cdot (E-1)}{\alpha-1} \right) \right) \right)^2} \quad (37)$$

Równanie zobrazowano na przykładzie obliczeniowym, w którym obliczenia przeprowadzono dla jednego plastra. Założono, że pęcznienie kolumny będzie jednakowe na jej całej wysokości. Dane do przykładu przedstawiono w tabl. 1.

Funkcję (37) do przykładu obliczeniowego przedstawiono na rys. 8.

Obciążenie gruntu słabego skutkujące osiadaaniem o wartości równej zagłębieniu podstawy pała uzyskamy, rozwiązując warunek (30) i przyrównując równanie (18) i (20):

$$\frac{\sigma_k}{E_p} \cdot \frac{D_0 \cdot z_0}{D_0 + z_0} = n_0 \cdot H_0 \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa-1}{n_0} \cdot \frac{\sigma_s}{M_0} \right)^{\frac{-1}{\kappa-1}} \right] \quad (38)$$

uwzględniając wyrażenie (19), otrzymamy:

$$\sigma_s = \frac{-(n_0 \cdot M_0) \cdot \left[\frac{\sigma_k \cdot D_0}{E_p \cdot n_0 \cdot H_0 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \text{tg} \phi \cdot D_0 \cdot \gamma \cdot \ln \left(\frac{E_p}{\sigma_k} \right) \right)} - 1 \right]^{(1-\kappa)} + 1}{(\kappa-1)} \quad (39)$$

Znając relacje s_s/s_k , wprowadzając koncepcje komórki jednostkowej zależnością (5) oraz korzystając z równań (3) i (4), można wyznaczyć dodatkowo zależności $\sigma_k = f(\sigma_0)$ oraz $\sigma_s = f(\sigma_0)$.

$$\sigma_k = - \frac{2\gamma \cdot \alpha \cdot E_p \cdot H_0 \cdot n_0 \cdot \ln \left(\frac{E_p \cdot \alpha}{E \cdot \sigma_0} \right) \cdot \text{tg} \phi \cdot \left(\frac{1}{\left(\frac{\sigma_0 \cdot (E-1) \cdot (\kappa-1)}{M_0 \cdot n_0 \cdot (\alpha-1)} + 1 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}} - 1 \right) \cdot \left(D_0 + \frac{E \cdot \sigma_0}{2 \cdot \gamma \cdot \alpha \cdot \ln \left(\frac{E_p \cdot \alpha}{E \cdot \sigma_0} \right) \cdot \text{tg} \phi} \right)}{D_0 \cdot E \cdot \sigma_0} \quad (40)$$

$$\sigma_s = \frac{-(n_0 \cdot M_0) \cdot \left[\frac{D_0 \cdot E \cdot \sigma_0}{E_p \cdot n_0 \cdot H_0 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \text{tg} \phi \cdot D_0 \cdot \gamma \cdot \alpha \cdot \ln \left(\frac{E_p \cdot \alpha}{E \cdot \sigma_0} \right) \right)} - 1 \right]^{(1-\kappa)} + 1}{(\kappa-1)} \quad (41)$$

Wykorzystując w równaniu (18) zależność (19) oraz (4), można określić relację pomiędzy osiadaniami podstawy $s_{k,p}$ oraz obciążeniem przypadającym na komórkę jednostkową s_0 :

$$s_{k,p} = \frac{D_0 \cdot E^2 \cdot \sigma_0^2}{2 \cdot \gamma \cdot E_p \cdot \alpha^2 \cdot \ln\left(\frac{E_p \cdot \alpha}{E \cdot \sigma_0}\right) \cdot \text{tg}\phi \cdot \left(D_0 + \frac{E \cdot \sigma_0}{2 \cdot \gamma \cdot \alpha \cdot \ln\left(\frac{E_p \cdot \alpha}{E \cdot \sigma_0}\right) \cdot \text{tg}\phi} \right)} \quad (42)$$

Równanie zobrazowano w przykładzie obliczeniowym wykonanym w oparciu o dane przedstawione w tabl. 2.

Funkcję (42) do przykładu obliczeniowego przedstawiono na rys. 8, z którego wynika, że niezależnie od źródła osiadania (zagłębienie, pęcznienie kolumny), są one tym większe, im słabszy jest grunt otaczający kolumnę. Zachowanie takie było do przewidzenia – wraz z osłabianiem się gruntu kolumna przejmuje coraz większą część obciążenia σ_0 , co prowadzi do większego zagłębienia podstawy kolumny oraz do większego jej spęcznienia.

Tabl. 1. Dane do przykładu obliczeniowego dla warunku (29)

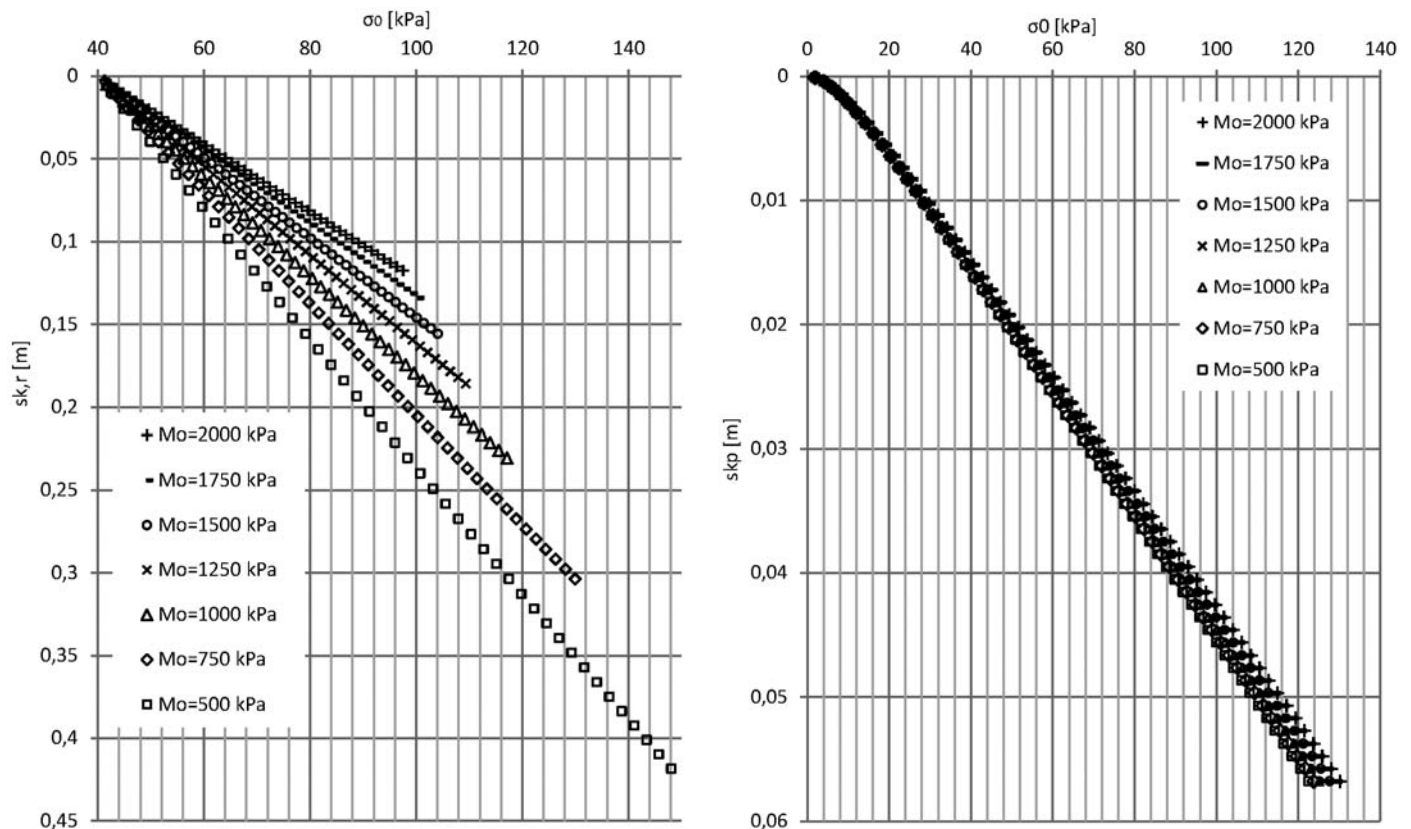
H_{0i} [m]	n_0 [-]	M_0 [kPa]	k [-]	J [kN/m]	g_k [kN/m ²]	g_s [kN/m ³]	K_{0k} [-]	K_{0s} [-]	z_i [m]	r_0 [m]	α [-]
10	0,6	500 ÷ 2000 ^{*)}	2	1500	19,0	15,0	0,08885	0,5873	5,0	0,5	0,1

^{*)} co 250 kPa

Tabl. 2. Dane do przykładu obliczeniowego dla warunku (30)

D_0 [m]	γ [kN/m ³]	ϕ [°]	E_p [MPa]	H_0 [m]	n_0 [-]	k [-]	M_0 [kPa]	α [-]
1,0	20,0	31	20,0	10,0	0,6	2,0	500-2000 ^{*)}	0,1

^{*)} co 250 kPa



Rys. 8. Zależność $s_{k,r}/\sigma_0$ oraz $s_{k,p}/\sigma_0$

Przedstawiona metoda wyznaczenia rozkładu naprężenia na powierzchni komórki jednostkowej dla warunków (29) i (30) jest skomplikowana i pracochłonna. Wymaga uprzedniego założenia wartości σ_s (równanie 34) lub σ_k (równanie 39), by w wyniku prowadzonych obliczeń uzyskać drugą poszukiwaną wartość (σ_k i odpowiednio σ_s) oraz odpowiadającą znalezionej parze naprężeń wartość obciążenia σ_0 oraz E . Tymczasem wartość obciążenia zewnętrznego σ_0 jest jedyną znaną przed przystąpieniem do obliczeń informacją dotyczącą obciążenia i powinna stanowić punkt wyjścia do ich wykonania.

Dlatego praktycznie najłatwiej wyznaczyć poszukiwane wartości naprężenia, wykonując obliczenia iteracyjne bezpośrednio dla równania (31) i (38). Przyjmując każdorazowo różne wartości współczynnika redystrybucji naprężenia E , poprawną parę wartości s_k i s_s otrzymamy dla takiego E , dla którego spełnione będzie rozpatrywane równanie. Należy uprzednio podstawić za obciążenie gruntu i kolumny zależności (3) oraz (4). Metodologia ta jest wygodniejsza w stosowaniu, szczególnie podczas rozpatrywania warunku (28) uwzględniającego całkowite osiadania kolumny, a zatem te będące skutkiem spęczenia kolumny oraz osiadania podstawy. Warunek ten można zapisać:

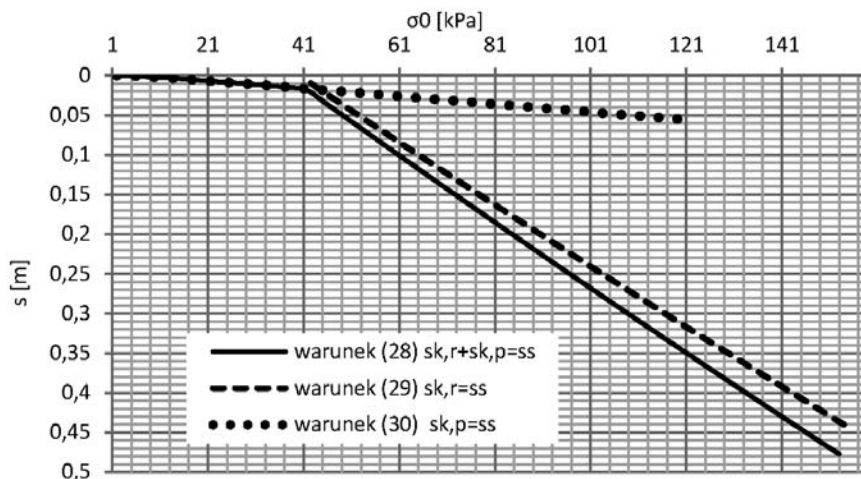
$$\sum_{i=1}^n H_{0,i} \frac{r_0 \cdot \sigma_{h,i} \cdot (2J + r_0 \cdot \sigma_{h,i})}{(J + r_0 \cdot \sigma_{h,i})^2} + \frac{\sigma_0 \cdot E}{\alpha \cdot E_p} \cdot \frac{D_0 \cdot z_0}{D_0 + z_0} = n_0 \cdot H_0 \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa - 1}{n_0} \cdot \frac{\sigma_0 (1 - E)}{M_0 (1 - a)} \right)^{\frac{-1}{\kappa - 1}} \right] \quad (43)$$

gdzie naprężenie poziome wewnątrz kolumny w plastrze i , uwzględniając (3) i (4), przyjmie postać:

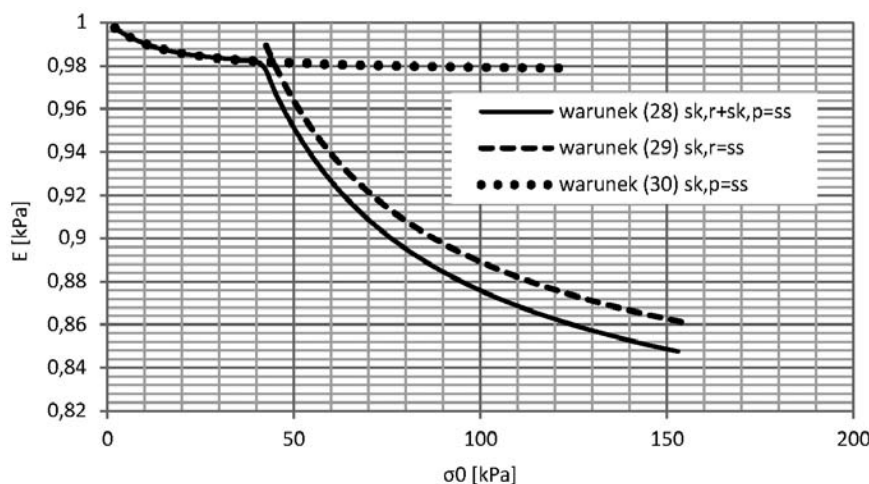
$$\sigma_{h,i} = \left(\left(\frac{\sigma_0 \cdot E}{a} + \gamma_k \cdot z_i \right) \cdot K_{0,k} \right) - \left(\left(\frac{\sigma_0 (1 - E)}{1 - a} + \gamma_s \cdot z_i \right) \cdot K_{0,s} \right) \quad (44)$$

natomiast głębokość aktywna:

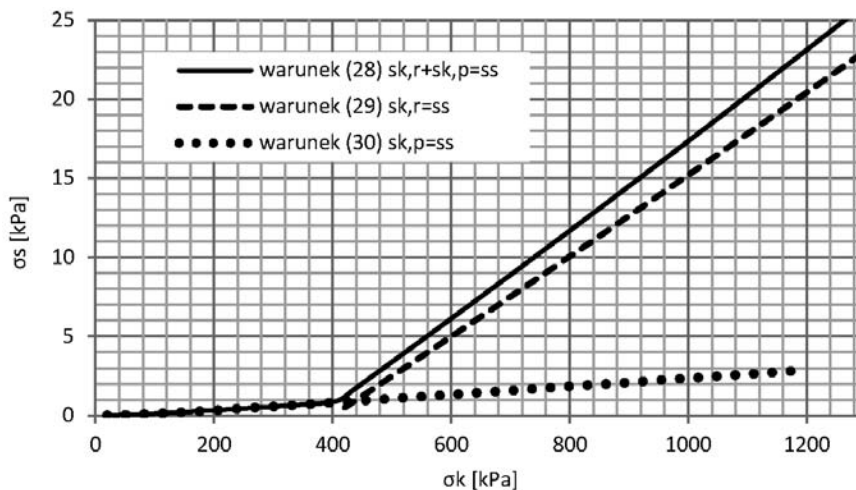
$$z_0 = \frac{1}{2 \cdot \text{tg} \phi} \cdot \frac{1}{\ln \left(\frac{\alpha \cdot E_p}{E \cdot \sigma_0} \right)} \cdot \frac{\sigma_0 \cdot E}{\alpha \cdot \gamma} \quad (45)$$



Rys. 9. Zależność s_k/σ_0 w równaniach (31), (38) i (43)



Rys.10. Zależność σ_0/E w równaniach (31), (38) i (43)



Rys.11. Zależność σ_k/σ_s w równaniach (31), (38) i (43)

Wartość współczynnika redystrybucji naprężenia należy dobrać z zakresu $Ev(0,1)$.

Wyniki dla warunku (43) uzyskane w sposób iteracyjny przedstawiono na rys. 9, przyjmując dane jak w przykładach wykonanych dla warunków (29) i (30) przedstawionych w tabl.1 i 2. W celu zachowania przejrzystości, krzywe odnoszą się jedynie do gruntu o $M_0 = 500$ kPa. Na wykresie naniesiono dodatkowo charakterystyki dla elementarnych składowych osiadań kolumny.

Krzywe obrazujące relacje σ_0/E oraz σ_k/σ_s przedstawiono odpowiednio na rys. 10 i 11.

Wyniki dotyczące rozkładu naprężenia będą dokładniejsze, gdy obliczenia prowadzone będą dla większej liczby plastrów wydzielonych z kolumny. Różnica w otrzymanych wynikach będzie tym większa, im większa jest różnica pomiędzy składową poziomą naprężenia pierwotnego w kolumnie i w gruncie słabonośnym we wszystkich rozpatrywanych plastrach.

WNIOSKI

W pracy przedstawiono model współpracy kolumny GEC ze słabym podłożem. W modelu tym, w porównaniu do prezentowanego w [2 i 5], zakłada się, że w kolumnie nie dochodzi do ścięcia gruntu, a nacisk gruntu we wnętrzu kolumny jest parciem spoczynkowym.

Do opisu relacji obciążenie – osiadanie gruntu słabego przyjęto w pracy wielokrotnie weryfikowany na obiektach w naturze nieliniowy model Meyera. Model ten uwzględnia usztywnianie się gruntu wraz ze zmianą porowatości. Umożliwia to również oszacowanie wzrostu modułu ściśliwości gruntu słabego po instalacji kolumn metodą przemieszczeniową, a przed przyłożeniem obciążenia zewnętrznego. Ponadto w pracy założono, że podłoże będące oparciem wykonanej kolumny jest podatne. Wprowadzono tym samym drugą, poza pęcznieniem, składową osiadania kolumny.

Rozwiązanie problemu przedstawiono w postaci funkcji obrazującej część obciążenia zewnętrznego przekazaną na ko-

łumnę oraz na otaczający ją grunt słaby. Wyniki przedstawiono w postaci wykresów. Z których wynika, że do pewnej wartości obciążenia zewnętrznego jedynym źródłem osiadań jest zagłębienie podstawy kolumny w gruncie nośnym. W tym zakresie obciążenia kolumna przejmuje zdecydowaną większość część σ_0 . Przekroczenie obciążenia $\sigma_0 = 41$ kPa (w wykonanym przykładzie obliczeniowym) powoduje pęcznienie kolumny, a zatem przyrost obciążenia gruntu słabego i spadek współczynnika redystrybucji naprężenia. Rozpoczęciem pęcznienia kolumny należy tłumaczyć załamanie się krzywych $\sigma_0 - s$, $\sigma_0 - E$ oraz $\sigma_k - \sigma_s$ wykreślonych dla warunku (28).

Na podstawie dokonanej analizy można sformułować wstępny wniosek: proces pęcznienia kolumny następuje poprzez przemieszczenie się ziaren materiału mineralnego wypełniającego kolumnę. Przemieszczenie to powoduje zmianę współczynnika Poisson'a oraz współczynnika parcia spoczynkowego $K_{0,k}$, tak by naprężenie wywołane na otulinę geosyntetyczną zapewniło równowagę całego układu.

LITERATURA

1. Gryczmański M.: Metody analizy nośności i osiadania podłoża wzmocnionego kolumnami kamiennymi. Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 5/1993.
2. DGGT: Recommendations for Design and Analysis of Earth Structures using Geosynthetic Reinforcements – EBGeo, Ernst & Sohn, 2011.
3. Meyer Z., Żarkiewicz K.: Wykorzystanie wzoru na osiadanie płyty statycznej do określenia naprężenia pod podstawą kolumny betonowej. Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 1/2014.
4. Meyer Z.: Advances In Modeling of Peat Consolidation vol.3 Technical University of Szczecin. Szczecin 2000.
5. Łopatka A.: Kolumny piaskowe w otocze geosyntetycznej. Prezentacja pracy systemu GEC poprzez studium najważniejszych parametrów. Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 6/2013.
6. Sobolewski J., Raithel M., Küster V, Friedl G.: Nasyp autostrady A2 posadowiony na kolumnach z piasku w opaskach geosyntetycznych. Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 4/2012.