

Oszacowanie miar bezpieczeństwa posadowienia bezpośredniego z zastosowaniem metody losowych elementów skończonych

**Mgr inż. Łukasz Zaskórski, dr hab. inż. Wojciech Puła, prof. PWr
Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego**

Losowy charakter właściwości gruntu stanowi poważny problem przy określaniu parametrów, które będą wykorzystywane w obliczeniach geotechnicznych. Będą one miały decydujący wpływ na bezpieczeństwo projektowanej konstrukcji. Zmienność właściwości podłoża gruntowego jest znacznie większa niż innych typowych materiałów, którymi zajmuje się mechanika ciała stałego. Przyczyną tego jest naturalna zmienność przestrzenna samego ośrodka gruntowego, której w jednoznaczny sposób nie da się opisać za pomocą wzorów matematycznych. Niepewność określania

właściwości gruntu oprócz zmienności naturalnej jest związana z błędami pomiarowymi, ograniczoną liczbą danych i niepewnością transformacji. Dlatego też do tej pory nie stworzono jednego uniwersalnego sposobu określania parametrów gruntu, który radziłby sobie z wszystkimi źródłami niepewności. W związku z tym powstało wiele metod określania wartości charakterystycznych parametrów gruntu. Jednakże podejścia te należy uznawać za metody przybliżone, dające wyłącznie oszacowanie parametrów z zachowaniem pewnego poziomu bezpieczeństwa.

W obowiązującej normie PN-EN 1997-1 (Eurokod 7) [9] także nie ma sprecyzowanego sposobu określania wartości charakterystycznych parametrów gruntu, na bazie których powinny być wykonywane obliczenia nośności podłoża. Eurokod 7 pozostawia zatem szerokie możliwości interpretacji przez projektanta. Dlatego też w tej pracy skupiono się na porównaniu znanych metod określania parametrów gruntu (metoda Duncana [2], metoda Schneidera [12], metoda Schneidera z uwzględnieniem skali fluktuacji [13], metoda Orra i Breyse [7] oraz metoda zaproponowana w Eurokodzie 7, oparta na 5% kwantylu), wyznaczając obliczeniową nośność podłoża pod ławą fundamentową zgodnie z wytycznymi zawartymi w Eurokodzie 7. Wartości obliczeniowe nośności podłoża wyznaczono na podstawie podejść obliczeniowych DA1.C1, DA1.C2, DA2* i DA3. Za kryterium porównania wymienionych metod przyjęto miarę bezpieczeństwa, jaką jest wskaźnik niezawodności β . Sprawdzono, jakie wartości wskaźnika niezawodności można uzyskać, stosując powyższe metody przy różnych szerokościach i głębokościach posadowienia fundamentu. Wartości wskaźnika niezawodności otrzymano na podstawie wartości nośności podłoża uzyskanych z zastosowania metody losowych elementów skończonych (ang. *Random finite element method – RFEM*).

WARTOŚCI CHARAKTERYSTYCZNE PARAMETRÓW PODŁOŻA I OBLICZANIE NOŚNOŚCI PODŁOŻA ZGODNIE Z EUROKODEM 7

W Eurokodzie 7 nie ma podanego dokładnego algorytmu wyznaczania wartości charakterystycznych parametrów gruntu. Znajdują się w nim wyłącznie ogólne wytyczne, jak otrzymywać te wartości. A mianowicie według Eurokodu 7 wartości charakterystyczne parametrów gruntu powinny być ostrożnym oszacowaniem wartości, które decydują o wystąpieniu stanu granicznego. A dokładniej chodzi o ostrożne oszacowanie średniej wartości parametru ze strefy podłoża gruntowego decydującej o zachowaniu konstrukcji geotechnicznej w stanie granicznym. W rzeczywistości strefa ta jest dużo większa od badanej próbki i pomimo wykonania serii otworów badawczych, nadal problem stanowi oszacowanie parametrów gruntu, które dobrze reprezentowałyby cały obszar. W Eurokodzie 7 wspomina się także, że w przypadku stosowania metod statystycznych zaleca się, aby wartość charakterystyczna parametru geotechnicznego była wyznaczona z poziomem ufności 95%, co odpowiada fraktylowi 5%. Wszystkie te wytyczne pozostawiają szerokie pole do interpretacji przez projektantów geotechników, od których tak naprawdę zależy, jakie wartości przyjmą w obliczeniach. W Eurokodzie 7 określa się, że wartości charakterystyczne parametrów gruntu powinny być uzyskiwane na podstawie parametrów efektywnych, a nie parametrów całkowitych.

Parametry obliczeniowe gruntu wyznacza się z wartości charakterystycznych poprzez zastosowanie odpowiedniego częściowego współczynnika bezpieczeństwa zgodnie z wzorem (1):

$$X_d = X_k / \gamma_m \quad (1)$$

gdzie:

X_k – wartość charakterystyczna parametru gruntu,

γ_m – współczynnik częściowy.

W Eurokodzie 7 wartość charakterystyczną nośności podłoża w warunkach z odpływem wyznacza się z wzoru:

$$p_k = cN_c + qN_q + 0,5\gamma'B'N_\gamma \quad (2)$$

gdzie:

c' – spójność efektywna,

q – naprężenia obok fundamentu do poziomu posadowienia,

γ' – efektywny ciężar objętościowy gruntu pod fundamentem,

B' – efektywna szerokość ławy fundamentowej,

N_c, N_q, N_γ – współczynniki nośności.

W celu przejścia z wartości charakterystycznych nośności podłoża na wartości obliczeniowe, które są wykorzystywane podczas rozpatrywania stanów granicznych, w Eurokodzie 7 wprowadza się 3 podejścia obliczeniowe. Podejścia te różnią się kombinacjami częściowych współczynników bezpieczeństwa, które w Eurokodzie 7 podzielono na 3 grupy: częściowe współczynniki do oddziaływań γ_F lub efektów oddziaływań γ_E , do parametrów gruntu γ_m lub do oporów (nośności) γ_R . W tabl. 1 znajdują się wartości współczynników częściowych.

Tabl. 1. Częściowe współczynniki bezpieczeństwa zawarte w Eurokodzie 7

Częściowe współczynniki do oddziaływań γ_F lub efektów oddziaływań γ_E					
Oddziaływanie		Symbol	Zestaw A1	Zestaw A2	
Stałe	Niekorzystne	γ_G	1,35	1,0	
	Korzystne		1,0	1,0	
Zmienne	Niekorzystne	γ_Q	1,5	1,0	
	Korzystne		0	0	
Częściowe współczynniki do parametrów gruntu γ_m					
Parametr gruntu		Symbol	Zestaw M1	Zestaw M2	
tg ϕ'		$\gamma_{tg \phi'}$	1,0	1,25	
c'		$\gamma_{c'}$	1,0	1,25	
Częściowe współczynniki do oporów (nośności) γ_R					
Nośność		Symbol	Zestaw R1	Zestaw R2	Zestaw R3
Nośność podłoża		$\gamma_{R,v}$	1,0	1,4	1,0

W podejściu obliczeniowym 1 (DA1) wyróżniono dwie kombinacje zestawów współczynników częściowych: kombinacja 1 (DA1.C1): A1 + M1 + R1; kombinacja 2 (DA1.C2): A2 + M2 + R1. W podejściu obliczeniowym 2 (DA2) połączono zestawy A1 + M1 + R2, natomiast w podejściu 3 (DA3): A1 + M2 + R3. W niniejszej pracy wartości nośności wyznaczono, bazując na podejściach DA1.C1, DA1.C2, DA2* i DA3. Podejście DA2* jest odmianą podejścia DA2, które ustalił w załączniku krajowym [10] Komitet Techniczny 254 do spraw Geotechniki przy PKN. Różni się od klasycznego podejścia DA2 tym, że po stronie nośności wykorzystujemy wartości charakterystyczne oddziaływań, a nie obliczeniowe.

METODY WYZNACZANIA WARTOŚCI CHARAKTERYSTYCZNYCH PARAMETRÓW ZGODNIE Z EUROKODEM 7

W Eurokodzie 7, jak wspomniano, określa się, że wartość charakterystyczna parametru gruntu powinna być wyznaczona jako 5% kwantyl z rozkładu prawdopodobieństwa tego parametru.

tru. Parametry materiałów, takich jak beton czy stal, są opisywane za pomocą rozkładu normalnego. W takiej sytuacji wartość charakterystyczną można policzyć, używając wzoru:

$$X_k = \mu(X) - 1,645\sigma(X) \quad (3)$$

Gdzie $\mu(X)$ stanowi wartość oczekiwaną parametru, a $\sigma(X)$ odchylenie standardowe parametru. Współczynnik 1,645 jest związany bezpośrednio z 5% kwantylem i pochodzi z tablic rozkładu normalnego. Jednakże założenie rozkładu normalnego w przypadku parametrów wytrzymałościowych gruntu jest nieadekwatne i może prowadzić do niefizycznych wartości charakterystycznych. Dzieje się tak za sprawą dużych wartości współczynników zmienności parametrów gruntu, które mogą prowadzić do ujemnych wartości charakterystycznych. Kolejnym powodem ograniczonej stosowności wzoru (3) jest fakt, że obszar podłoża odpowiedzialny za wystąpienie stanu granicznego jest zwykle większy od obszaru pojedynczego badania. Należy podkreślić, że wartość parametru związana z wystąpieniem awarii jest pewną wartością średnią tego parametru względem odpowiadającej powierzchni poślizgu, a nie lokalnie zmierzoną wartością. Kolejnym problemem jest to, że dobór parametrów gruntu dokonywany jest na podstawie niewielkiej liczby wyników z badań polowych. W konsekwencji wartość średnia i odchylenie standardowe parametru wytrzymałościowego, otrzymane w wyniku badań polowych, mogą nie być zbliżone do wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego tego parametru związanego z obszarem podłoża odpowiedzialnym za powstanie stanu granicznego.

Orr i Breyse [7] zaproponowali metodę wyznaczania wartości charakterystycznych parametrów gruntu, która w lepszy sposób radzi sobie z przedstawionymi problemami. Metoda opiera się na znanym wzorze na przedział ufności dla wartości oczekiwanej. W przypadku, gdy odchylenie standardowe nie jest znane, wzór ten ma postać:

$$X_k = m(X) - \frac{t}{\sqrt{N}} s(X) \quad (4)$$

gdzie:

$$m(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5)$$

$$s(X) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m(X))^2} \quad (6)$$

są estymatorami nieobciążonymi wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego. Wartość t otrzymuje się z dystrybucji rozkładu Studenta w zależności od poziomu ufności i liczby próby N . W celu spełnienia wymogów zawartych w Eurokodzie 7 dotyczących 5% kwantyla należy przyjąć poziom ufności równy 95%.

Kolejny sposób został zaproponowany przez Schneidera [12] i jest uproszczoną wersją podejścia Orr i Breyse [7]. Wartość charakterystyczna jest oszacowana za pomocą równania:

$$X_k = m(X) - 0,5s(X) \quad (7)$$

Schneider [13] przedstawił także inną metodę, dzięki której można uwzględnić skalę fluktuacji parametrów wytrzymałościowych gruntu δ , a także obszar podłoża V , który decyduje o wystąpieniu stanu granicznego. Wartość charakterystyczna wyrażona jest w postaci:

$$X_k = \mu(X) \left(1 - kV_{in}(X) \sqrt{\frac{\delta}{|V|}} \right) \quad (8)$$

gdzie:

- $V_{in}(X)$ – współczynnik zmienności parametru gruntu związany z niepewnością naturalną,
- k – współczynnik definiujący 5% kwantyl z rozkładu prawdopodobieństwa tej właściwości,
- V – miara (powierzchnia) rozpatrywanego obszaru,
- δ – skala fluktuacji.

W celu wyznaczenia obszaru podłoża, który decyduje o wystąpieniu stanu granicznego określono maksymalny zasięg mechanizmu zniszczenia na podstawie mechanizmu Prandtl'a. Można dostrzec, że wraz ze wzrostem szerokości fundamentu, a tym samym obszaru decydującego o wystąpieniu stanu granicznego, parametr wytrzymałościowy będzie miał coraz większą wartość.

Inne podejście, które będzie rozpatrywane w niniejszej pracy, podał Duncan [2], który oparł się na tzw. regule 3-sigma, która stwierdza, że jest bardzo mało prawdopodobne wystąpienie wartości spoza przedziału $[\mu(X) - 3\sigma(X), \mu(X) + 3\sigma(X)]$. W związku z tym dla zmiennych losowych, których wartości są ograniczone do przedziału $[X_{\min}, X_{\max}]$, odchylenie standardowe można wyznaczyć, posługując się wzorem:

$$\sigma(X) = \frac{1}{6} (X_{\max} - X_{\min}) \quad (9)$$

Natomiast samą wartość charakterystyczną można obliczyć, posługując się wzorem (3) i stosując odchylenie standardowe z wzoru (9).

METODA LOSOWYCH ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Metodę losowych elementów skończonych (ang. *random finite element method – RFEM*) przedstawili Griffiths i Fenton [6]. Od początku stała się dobrym narzędziem do uwzględniania losowego charakteru podłoża. RFEM składa się z trzech głównych składników: teorii pól losowych, deterministycznej metody elementów skończonych i symulacji Monte Carlo. Jednakże najważniejszą częścią, z punktu widzenia projektowania geotechnicznego, jest teoria pól losowych [15, 16]. Odpowiedzialna jest za uwzględnianie przestrzennej zmienności parametrów gruntu. Teoria pól losowych umożliwia opisanie każdego punktu podłoża za pomocą zmiennych losowych, które są powiązane odpowiednią strukturą korelacyjną. Takie podejście w lepszy sposób oddaje rzeczywistość niż zakładanie, że w obrębie jednej warstwy gruntu parametry wytrzymałościowe są wartościami stałymi. Z drugiej strony rozpatrywanie obszaru podłoża składającego się z nieskończonej liczby punktów o różnych parametrach jest niemożliwe do realizacji. Dlatego też w metodzie losowych elementów skończonych pola losowe są generowane za pomocą metody lokalnych uśrednień [4] (*local average subdivision – LAS*), w celu umożliwienia przeprowadzenia analiz numerycznych. LAS pozwala na dyskretyzację rozpatrywanego obszaru podłoża na skończoną liczbę elementów, która pokrywa się z liczbą elementów skończonych w metodzie elementów skończonych.

W niniejszej pracy jest rozpatrywany grunt spoisty. Stąd kąt tarcia wewnętrznego i spójność scharakteryzowano za pomocą pól losowych w celu obliczenia losowej nośności podłoża.

Spójność opisano, stosując rozkład lognormalny [3] o gęstości w postaci:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_{\ln x}\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}\right)^2\right\} \quad (10)$$

gdzie:

$\mu_{\ln x}$ – wartość średnia,

$\sigma_{\ln x}$ – odchylenie standardowe,

$x > 0$.

Kąt tarcia wewnętrznego, który może przyjmować wartości tylko z ograniczonego przedziału, scharakteryzowano za pomocą rozkładu o nośniku ograniczonym [3]. Gęstość można przedstawić w formie:

$$f(x) = \frac{\sqrt{\pi}(b-a)}{\sqrt{2s(x-a)(b-x)}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2s^2}\left[\pi \ln\left(\frac{x-a}{b-x}\right) - m\right]^2\right\} \quad (11)$$

gdzie:

a, b – wartości minimalna i maksymalna parametru,

s – parametr skali związany z odchyleniem standardowym parametru,

m – parametr przesunięcia,

$x \in (a, b)$.

ANALIZY NUMERYCZNE

Założenia

W pracy zajęto się fundamentem bezpośrednim o nieskończonej długości (płaski stan odkształceń). Obliczenia przeprowadzono przy różnych szerokościach fundamentu $B = 1,0$ m; $1,2$ m; $1,4$ m; $1,6$ m; $1,8$ m; $2,0$ m oraz dwóch głębokościach posadowienia $H = 0,5$ m i $1,5$ m w celu sprawdzenia wpływu parametrów geometrycznych na wskaźnik niezawodności β konstrukcji. Rozpatrzono gliny i ropy kaolinowe występujące w okolicach Wrocławia, a dane statystyczne na temat efektywnych parametrów wytrzymałościowych zaczerpnięto z pracy doktorskiej Thao [14], w której autorka zebrała wyniki z 67 badań. W odniesieniu do liczby badań, które są zazwyczaj wykonywane w celach projektowych, należy to uznać za dużą próbę. Wartości oczekiwane i odchylenia standardowe parametrów wytrzymałościowych (kąta tarcia wewnętrznego i spójności) były głównymi informacjami otrzymanymi z wymienionej pracy. W związku z założeniem, że kąt tarcia wewnętrznego przyjmuje wartości tylko z ograniczonego przedziału, w celu określenia wartości minimalnej i maksymalnej parametru posłużono się zasadą 3-sigma opartej na wartości oczekiwanej i odchyleniu standardowym. W związku z oszacowaniem wartości granicznych na podstawie zasady 3-sigma rozkład kąta tarcia wewnętrznego jest symetryczny, zatem parametr przesunięcia m jest równy 0. Natomiast w przypadku spójności w celu określenia wartości minimalnej i maksymalnej odpowiednio odjęto i dodano dwa odchylenia standardowe do wartości oczekiwanej. Informacje dotyczące maksymalnej i minimalnej wartości parametrów wytrzymałościowych były wykorzystane przy obliczeniach wartości charakterystycznych metodą Duncana. Pozostałe parametry gruntu – ciężar objętościowy, moduł Younga, współczynnik Poissona – przyjęto jako wartości deterministyczne, ponieważ ich zmienność przestrzenna ma znikomy wpływ na wartości losowej nośności podłoża. Do takich wniosków doszli autorzy niniejszej pracy w swoim poprzednim artykule [11], w którym oszacowywali rozkład nośności podłoża niespoistego i wyko-

nywali analizę wrażliwości. Analiza wrażliwości miała na celu sprawdzenie: zmienność których parametrów gruntu ma wpływ na losowy charakter nośności podłoża. Pomimo że rozpatrywanym gruntem był grunt niespoisty, można przypuszczać, że charakter zjawiska będzie podobny także w gruncie spoistym. Dlatego też moduł Younga, współczynnik Poissona i ciężar objętościowy gruntu przyjęto jako wartości deterministyczne: $E = 40$ MPa, $\nu = 0,3$ i $\gamma = 19,9$ kN/m³. Wartość ciężaru gruntu jest oparta na pracy Thao [14]. Zestawienie parametrów gruntu znajduje się w tabl. 2.

Tabl. 2. Parametry wytrzymałościowe gruntu zastosowane w analizach numerycznych

Parametr efektywny	Symbol	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Wartość maksymalna	Wartość minimalna	Liczba badań
Kąt tarcia	ϕ'	12,41°	1,15°	16,80°	8,00°	67
Spójność	c'	29 kPa	7 kPa	43 kPa	15 kPa	67

Analizy deterministyczne – nośność podłoża według Eurokodu 7

Wartości deterministyczne nośności podłoża określono, stosując różne metody określania wartości charakterystycznych parametrów wytrzymałościowych opisane uprzednio. Wartości charakterystyczne wyznaczono na podstawie parametrów zawartych w tabl. 2 związanych z danymi statystycznymi. Obliczenia wykonano, stosując podejścia obliczeniowe scharakteryzowane uprzednio.

Na wstępie określono wartości charakterystyczne kąta tarcia wewnętrznego i spójności na podstawie efektywnych parametrów uzyskanych z badań polowych. W tabl. 3 umieszczono parametry wytrzymałościowe otrzymane, stosując rozpatrywane metody – metoda związana z 5% kwantylem (podejście z Eurokodu 7), podejście Orr i Breysse, metoda Duncana i metody Schneidera – metoda uproszczona i podejście uwzględniające wpływ skal fluktuacji i obszar decydujący o stanie granicznym.

Tabl. 3. Wartości charakterystyczne parametrów wytrzymałościowych wyznaczone różnymi metodami

Metoda			Kąt tarcia [°]	Spójność [kPa]
Metoda Duncana			10,00	21,32
Metoda Orr i Breysse			12,13	27,29
Metoda 5% kwantyla			10,40	19,06
Uproszczona metoda Schneidera			11,84	22,00
Rozszerzona metoda Schneidera	B [m]	1,00	10,87	21,38
		1,20	11,00	22,04
		1,40	11,10	22,56
		1,60	11,19	22,97
		1,80	11,26	23,32
		2,00	11,32	23,61

Niewielkie odchylenie standardowe, a zatem i współczynnik zmienności, decydują o tym, że wartości charakterystyczne parametrów w małym stopniu odbiegają od wartości oczekiwanej uzyskanej z badań polowych, bez względu na zastosowaną metodę. Najbezpieczniejsze oszacowanie wartości charakterystycznych, zarówno kąta tarcia wewnętrznego, jak i spójności, daje podejście Duncana. Natomiast wartości uzyskane metodą zaproponowaną przez Orr i Breysse są najbardziej zbliżone do wartości oczekiwanych kąta tarcia wewnętrznego i spójności.

Znając wartości charakterystyczne parametrów wytrzymałościowych i stosując podejścia obliczeniowe zawarte w Eurokodzie 7, wyznaczono wartości obliczeniowe nośności podłoża. Częstkowe współczynniki bezpieczeństwa stosowane w Eurokodzie 7 są różne przy różnych podejściach obliczeniowych. W niektórych z nich stosuje się redukcję parametrów wytrzymałości podłoża. W innych natomiast współczynniki związane z parametrami wytrzymałościowymi są równe 1,0. Jednakże stosuje się większe od jedności współczynniki obciążenia. W celu umożliwienia porównania poszczególnych podejść z rezultatami uzyskanymi z analiz numerycznych przyjęto następujące założenie upraszczające – fundament jest obciążony wyłącznie obciążeniem stałym, którego współczynnik bezpieczeństwa wynosi $\gamma_G = 1,35$ lub $\gamma_G = 1,00$ w zależności od podejścia obliczeniowego. W podejściach, w których współczynnik bezpieczeństwa do obciążeń jest równy 1,35, dzielono uzyskaną wartość nośności podłoża przez 1,35. W ten sposób przy założeniu jedynie oddziaływań stałych wartości obliczeniowe nośności podłoża, bez względu na podejście obliczeniowe, stają się porównywalne.

Analizy numeryczne oparte na RFEM przeprowadzono w programie RBEAR2D (program dostępny na stronie internetowej <http://www.engmath.dal.ca/rfem/>). W niniejszej pracy rozpatrzono zadanie dwuwymiarowe (płaski stan odkształceń). Na wstępie określono wielkość obszaru: rozmiary siatki i pojedynczego elementu skończonego. Szerokość siatki wyznaczono, opierając się na zasięgu mechanizmu zniszczenia Prandtla, a głębokość przyjęto jako dwie szerokości największego rozpatrywanego fundamentu. Jednakże dokładne rozmiary siatki określono poprzez kalibrację. Ponadto rozmiary siatki dobrano w taki sposób, aby warunki brzegowe nie miały wpływu na wartości losowej nośności podłoża. Przyjęto następujące warunki brzegowe: prawa i lewa krawędź siatki – możliwy przesuw pionowy, dolna krawędź – utwierdzenie. Stosując program RBEAR2D, należy wykalibrować inne parametry kodu, a mianowicie przyrost przemieszczenia, maksymalną liczbę przyrostów przemieszczenia i maksymalną liczbę iteracji. Parametry są związane z algorytmem wyznaczania nośności podłoża na podstawie metody przemieszczeń. Wszystkie parametry użyte w stochastycznych analizach numerycznych zawarto w tabl. 4.

Analizy numeryczne z wykorzystaniem metody RFEM posłużyły do oceny niezawodności fundamentu i określenia, która metoda wyznaczania wartości charakterystycznych parametrów gruntu daje najlepsze wartości w świetle przepisów z Euro-

Tabl. 4. Parametry zastosowane w analizach RFEM

Parametr		Symbol	Jednostka	Wartość
Kąt tarcia wewnętrznego	Wartość średnia	$\mu_{\phi'}$	[°]	12,41
	Odchylenie standardowe	$\sigma_{\phi'}$	[°]	1,15
	Parametr skali	s	[–]	1,72
	Wartość minimalna	$\phi'_{\min}$	[°]	8,00
	Wartość maksymalna	$\phi'_{\max}$	[°]	16,80
Spójność	Wartość średnia	μ_c	[kPa]	29,00
	Odchylenie standardowe	σ_c	[kPa]	7,00
Objętościowy ciężar gruntu		γ	[kN/m ³]	19,90
Moduł Younga		E	[MPa]	40
Współczynnik Poissona		ν	[–]	0,3
Liczba elementów	x		[m]	120
	y		[m]	40
Rozmiar elementu			[m]	0,1 × 0,1
Przyrost przemieszczenia			[m]	0,007
Maksymalna liczba przyrostów przemieszczenia			[–]	50
Maksymalna liczba iteracji			[–]	240

kodu 7. Wykorzystano wskaźnik niezawodności β , ponieważ jest jedną z miar niezawodności konstrukcji opisaną w PN-EN 1990:2004 [8]. Jest on powiązany bezpośrednio z prawdopodobieństwem awarii p_f . Wskaźnik niezawodności β można przedstawić za pomocą wzoru:

$$p_f = \Phi_0(-\beta) \quad (12)$$

gdzie:

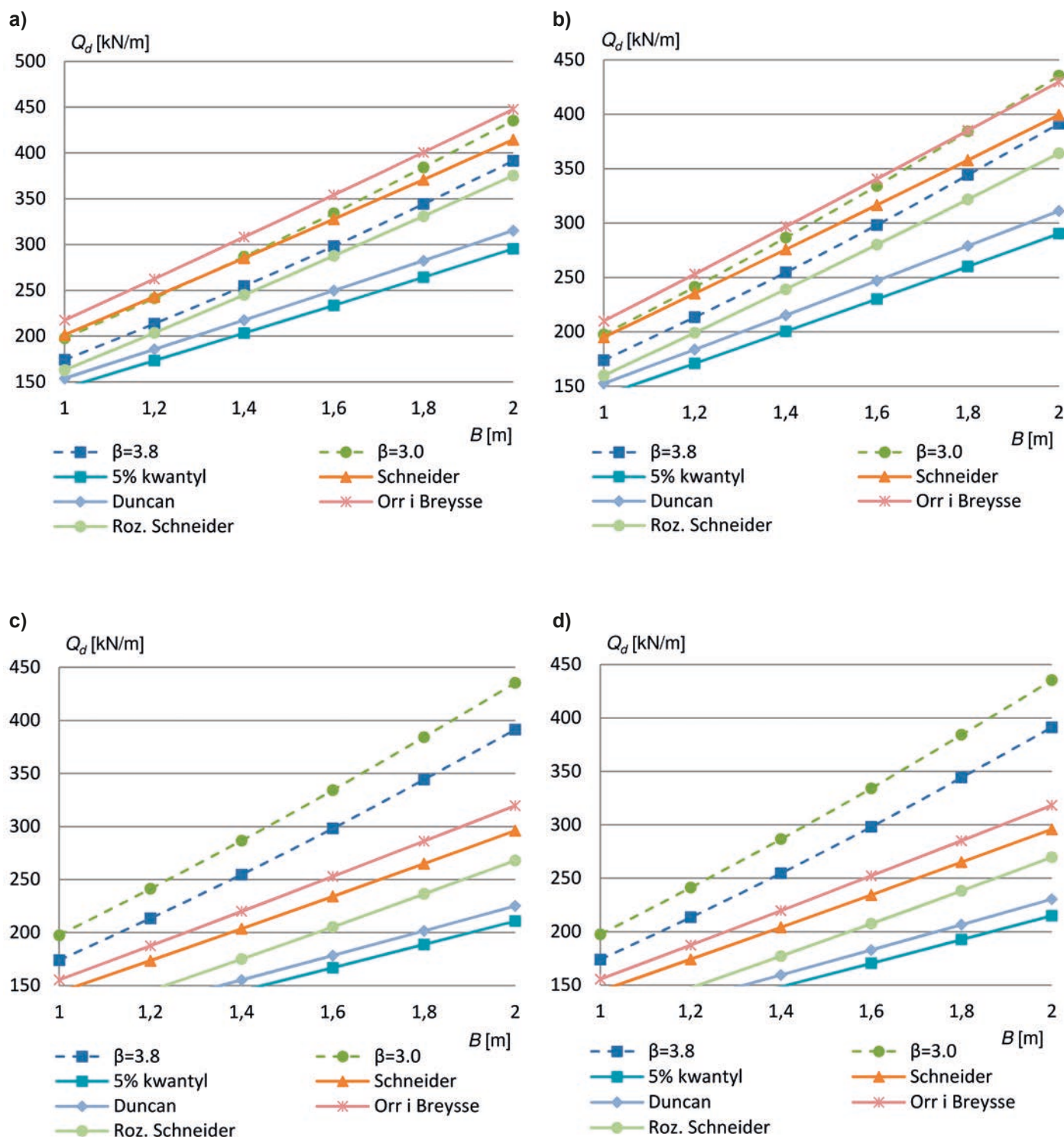
Φ_0 – dystrybuanta standardowego rozkładu normalnego.

Prawdopodobieństwo awarii można zdefiniować jako prawdopodobieństwo, że wartość losowej nośności podłoża q_f przy-

mie mniejszą wartość od obliczeniowej nośności podłoża Q_d związanej z odpowiednim poziomem wskaźnika niezawodności, co można zapisać w postaci:

$$p_f = P[q_f - Q_d] \quad (13)$$

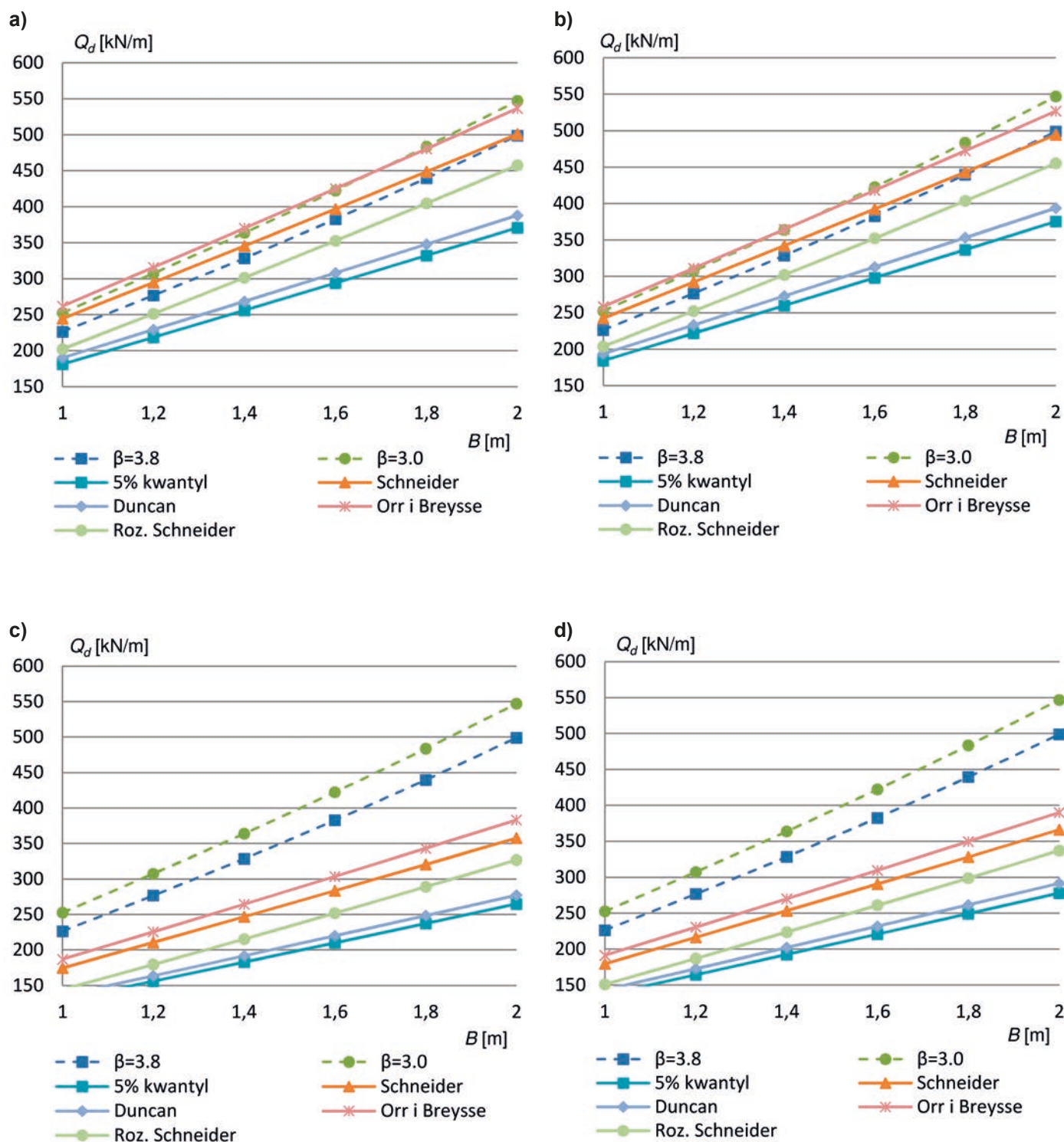
Wyznaczenie wskaźnika niezawodności β i odpowiadającej mu wartości obliczeniowej nośności podłoża Q_d oparto na rozkładzie prawdopodobieństwa losowej nośności podłoża q_f . Rozkład prawdopodobieństwa nośności podłoża określono przy użyciu symulacji Monte Carlo na 2000 realizacji.



Rys. 1. Porównanie obliczeniowych nośności podłoża Q_d , głębokość posadowienia $h_z = 0,5$ m, podejście obliczeniowe a) DA1.C1; b) DA1.C2; c) DA2* d) DA3

Rozkłady empiryczne rozpatrywanych szerokości i głębokości posadowienia fundamentu otrzymano z przeprowadzonych symulacji. Następnie zbadano powszechnie stosowane rozkłady teoretyczne w celu znalezienia najlepiej pasującego do rozkładów empirycznych nośności podłoża. Stwierdzono, że rozkład lognormalny najlepiej wpisuje się w dane statystyczne uzyskane za pomocą analiz stochastycznych bez względu na szerokość i zagłębienie ławy fundamentowej. Podobne rezultaty otrzymano w innych pracach [1], w których skupiono się na gruntach spoistych. W celu oszacowania, który rozkład najlepiej opisuje

losową nośność podłoża, posłużono się testem zgodności Kołmogorowa-Smirnowa [5]. Warto wspomnieć, że w przypadku gruntów niespoistych jest niewskazane przyjęcie do opisu losowej nośności podłoża rozkładu lognormalnego. W pracy [11] autorzy sugerowali, że w przypadku gruntów, których zmienność zależy wyłącznie od kąta tarcia wewnętrznego, rozkład Weibulla jest rozkładem teoretycznym najlepiej pasującym do rozkładu empirycznego nośności podłoża opartego na 2000 realizacji.



Rys. 2. Porównanie obliczeniowych nośności podłoża Q_d , głębokość posadowienia $h_z = 1,50$ m, podejście obliczeniowe a) DA1.C1; b) DA1.C2; c) DA2* d) DA3

Porównanie podejścia deterministycznego i stochastycznego

Metoda RFEM posłużyła do określenia wskaźników niezawodności β , który użyto do porównania wartości obliczeniowych nośności podłoża otrzymanych poprzez zastosowanie różnych podejść wyznaczania wartości charakterystycznych parametrów gruntu (spójności i kąta tarcia wewnętrznego). Wartości obliczeniowe nośności podłoża uzyskano na podstawie wymagań zawartych w Eurokodzie 7 dla podejść obliczeniowych opisanych uprzednio. Na tej podstawie wyznaczono najbardziej efektywną metodę szacowania wartości charakterystycznych parametrów wytrzymałościowych. Wytyczne dotyczące najmniejszych zalecanych wartości wskaźnika niezawodności różnych rodzajów konstrukcji i okresu odniesienia znajdują się w Eurokodzie [8]. W niniejszej pracy rozpatrzono klasę niezawodności RC2, która jest związana z wskaźnikiem niezawodności równym 3,8 do okresu odniesienia 50 lat. Na rys. 1 i 2 przedstawiono porównanie wartości obliczeniowych nośności podłoża uzyskanych poprzez zastosowanie różnych sposobów wyznaczania wartości charakterystycznych parametrów gruntu w odniesieniu do wskaźników niezawodności.

WNIOSKI

Najmniejsze wartości obliczeniowe nośności podłoża uzyskano dla metod, które dawały najbezpieczniejsze (najbardziej konserwatywne) oszacowanie parametrów wytrzymałościowych, czyli metoda 5% kwantyla i Duncana (bez względu na podejście obliczeniowe). Porównując rezultaty otrzymane dla różnych podejść obliczeniowych, można zaobserwować, że najmniejsze wartości obliczeniowe nośności otrzymano dla podejść DA2* i DA3. Spowodowane jest to tym, że w podejściach tych są stosowane dwa rodzaje współczynników bezpieczeństwa, w przypadku DA2* są to współczynniki nakładane na obciążenia i nośność, a w przypadku DA3 są to współczynniki na obciążenia i parametry gruntu. Kolejnym wnioskiem płynącym z przeprowadzonych analiz deterministycznych jest fakt, że wybór metody określania wartości charakterystycznych parametrów gruntu ma bardzo duże znaczenie, ponieważ wyznaczone parametry mogą różnić się diametralnie, a w konsekwencji prowadzić do znacznie odbiegających od siebie wartości nośności podłoża. Różnica pomiędzy nośnościami obliczeniowymi w obrębie jednego podejścia pomiędzy skrajnymi metodami wynosi około 35%, co należy uznać za dużą rozbieżność, mając na względzie, że wartości efektywne (wartości uzyskane na podstawie badań polowych) charakteryzowały się stosunkowo niedużymi współczynnikami zmienności. W przypadkach bardziej zmiennych parametrów wytrzymałościowych różnice pomiędzy poszczególnymi metodami mogą być jeszcze większe.

Podejścia DA1.C1 i DA1.C2 na podstawie przeprowadzonych stochastycznych analiz numerycznych i w odniesieniu do wskaźników niezawodności dają podobne rezultaty. W obydwu podejściach najefektywniejsze oszacowanie obliczeniowej nośności podłoża w odniesieniu do wskaźnika niezawodności równego 3,8 uzyskano przy użyciu metody rozszerzonej Schneidera (metoda uwzględniająca wpływ skal fluktuacji). Metoda ta daje

dolne oszacowanie (po stronie bezpiecznej) – wartości obliczeniowe nośności są mniejsze od wartości nośności podłoża odpowiadających wskaźnikowi $\beta = 3,8$. Należy zwrócić uwagę, że metody Orra i Breysse'a oraz uproszczona Schneidera dają wartości obliczeniowe nośności podłoża większe od wartości obliczeniowych odpowiadających wskaźnikowi niezawodności $\beta = 3,8$.

Podejścia DA2* i DA3 w odniesieniu do określonych poziomów wskaźników niezawodności należy uznać za podejścia bardzo bezpieczne. Ewentualnie w przypadku tych podejść za najlepszą metodę określania parametrów charakterystycznych należy uznać metodę Orra i Breysse'a, która pozwala uzyskać wartości obliczeniowe nośności podłoża najbardziej zbliżone do poziomu wskaźnika niezawodności równego 3,8.

Wykonane analizy numeryczne wykazały, że w zależności od tego, jakie podejście obliczeniowe będzie przyjęte do obliczenia nośności podłoża, zastosowane metody określania wartości charakterystyczne parametrów gruntu dają inne wartości wskaźnika niezawodności β . Dlatego też w sytuacji, gdy nie będzie stworzony bardziej precyzyjny sposób określania charakterystycznych parametrów wytrzymałościowych, to może warto rozważyć zróżnicowanie poziomów wskaźników niezawodności w zależności od podejścia obliczeniowego. Z drugiej strony należałoby zastanowić się, czy sposób wyznaczania wartości charakterystycznych nie uzależnić od przyjmowanego podejścia obliczeniowego.

Należy także zwrócić uwagę na liczebność próby, na podstawie której dokonuje się oszacowania parametrów charakterystycznych podłoża. W przypadku niniejszej pracy analizy numeryczne przeprowadzono na podstawie znacznej liczby prób (67 badań). Jednakże zazwyczaj parametry wytrzymałościowe są określane na zdecydowanie mniejszej bazie statystycznej rzędu 10 prób, co może prowadzić do jeszcze większej dysproporcji pomiędzy opisanymi metodami.

Zastosowanie metody RFEM pozwoliło na uwzględnienie losowej zmienności przestrzennej parametrów podłoża oraz skonfrontowanie wartości obliczeniowych nośności ze wskaźnikami niezawodności (prawdopodobieństwami awarii) uzyskane metodami deterministycznymi

LITERATURA

1. Cherubini C., Vessia G., Pieczyńska J., Puła W.: Application of random finite element method to bearing capacity design of strip footing. *Journal of Geotechnical Engineering*, 4(3), 2009, 103-112.
2. Duncan J. M.: Factors of safety and reliability in geotechnical Engineering. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 126(4), 2000, 307-316.
3. Fenton G. A., Griffiths D. V.: Risk assessment in geotechnical engineering. New York: John Wiley & Sons, 2008.
4. Fenton G. A., Vanmarcke E. H.: Simulation of random fields via local average subdivision. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(8), 1990, 1733-1749.
5. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1967.
6. Griffiths D. V., Fenton G. A.: Seepage beneath water retaining structures founded on spatially random soil. *Géotechnique*, 43(6), 577-587 1993.

7. Orr T. L. L., Breyse D.: Eurocode 7 and reliability-based design. Reliability Based Design in Geotechnical Engineering. London and New York: Taylor and Francis, 2008.
8. PN-EN 1990:2004. Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji. CEN, Europejski Komitet Normalizacyjny, Bruksela.
9. PN-EN 1997-1:2008. Eurokod 7: Projektowanie geotechniczne, Część 1: Zasady ogólne. CEN, Europejski Komitet Normalizacyjny, Bruksela.
10. PN-EN 1997-1:2008/Ap2 (2010). Poprawka do Polskiej Normy PN-EN 1997-1:2008.
11. Puła W., Zaskórski Ł.: Estimation of probability distribution of the bearing capacity of cohesionless soil using the random finite element method. Structure and Infrastructure Engineering, London and New York: Taylor and Francis, 11(5), 2015, 707-720.
12. Schneider H. R.: Definition and determination of characteristic soil properties. Proc. XII Intern. Conf. on Soil Mech. and Geotech. En., Hamburg. Rotterdam: Balkema, 2271-2274, 1997.
13. Schneider H. R.: Dealing with uncertainties in EC7 with emphasis on characteristic values. Proc. of Workshop on Safety Concepts and Calibration of Partial Factors in European and North American Codes of Practice, Delft, 2011.
14. Thao N.T.P.: Parametry statystyczne parametrów geotechnicznych wybranych warstw geologicznych podłoża gruntowego określonego rejonu m. Wrocławia, Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej, nr 44, Wrocław, 1984.
15. Vanmarcke E. H.: Probabilistic Modelling of Soil Profiles. Journal of the Geotechnical Engineering Division. 103(GT11), 1227-1246, 1977.
16. Vanmarcke E. H.: Random Fields-Analysis and Synthesis. MIT Press, Cambridge 1983.