

# Wpływ anizotropii w modelowaniu odkształcenia podłoża wywołanego drążeniem tunelu

Dr hab. inż. Marcin Cudny, mgr inż. Ewelina Partyka  
Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska

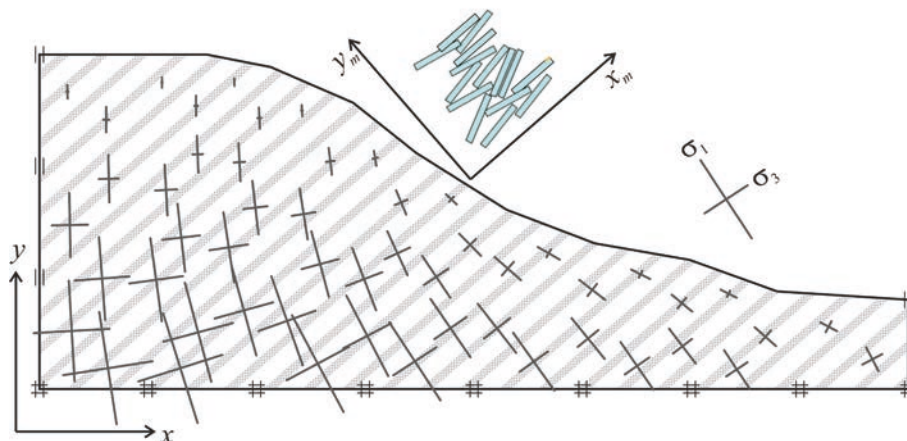
Modelowanie zagadnień geotechnicznych za pomocą metod numerycznych staje się obecnie standardem nie tylko w analizach eksperckich, ale również w projektowaniu. Tworzone modele numeryczne są realizowane głównie w systemach metody elementów skończonych, stale udoskonalanych zarówno od strony nowych elementów, jak i modeli konstytutywnych gruntu. W większości modeli konstytutywnych opisujących zachowanie się gruntów pod wpływem zmiany naprężenia lub odkształcenia, implementowanych w programach komercyjnych, zakłada się izotropię cech mechanicznych. W ramach modeli sprężysto-plastycznych dotyczy to opisu sztywności, jak również wytrzymałości. Klasycznym przykładem jest tzw. model Mohra-Colomba z izotropowym prawem Hooke'a do opisu sztywności gruntu w obszarze sprężystym tj. przed osiągnięciem wytrzymałości na ścinanie, której granicę określa także izotropowe kryterium Mohra-Coulomba. Na bazie tego rozwiązania buduje się bardziej zaawansowane modele, w których wprowadza się w części sprężystej zależność sztywności od poziomu naprężenia oraz dodatkową powierzchnię plastyczności podlegającą regule wzmocnienia izotropowego poprzez parametr średniego naprężenia prekonsolidacji (tzw. powierzchnia zamykająca – *cap*). Równania opisujące kryterium wytrzymałości na ścinanie oraz dodatkowe powierzchnie plastyczności są najczęściej funkcjami niezmienników naprężenia. W rezultacie równania te nie zmieniają się w zależności od względnej orientacji kierunków głównych naprężenia i kierunków geometrycznych. Np. czysty obrót kierunków głównych naprężenia bez zmiany wartości składowych głównych (ścieżka naprężenia będąca punktem w przestrzeni naprężeń głównych) nie może doprowadzić do akumulacji odkształceń plastycznych, którą obserwuje się w badaniach laboratoryjnych na próbkach gruntów w cylindrycznym aparacie skrętnym [2, 4].

Anizotropia cech mechanicznych gruntów wynika z natury procesów ich powstawania oraz historii obciążenia. Rezultatem jest mikrostruktura gruntów, w której można zauważyć charakterystyczne kierunki główne. Np. w ilach wydłużone ziarna układają się poziomo, co jest związane z pionowym kie-

runkiem oddziaływania grawitacji oraz konsolidacji. Ważnym elementem mikrostruktury jest również jej naturalna cementacja tworząca system połączeń pomiędzy ziarnami znacznie wpływający na obserwowaną anizotropię sztywności i wytrzymałości. W starszych formacjach gruntów lub skał kierunki główne mikrostruktury mogą być obrócone w stosunku do układu pion – poziom. W tym miejscu warto wprowadzić rozróżnienie pomiędzy różnymi układami współrzędnych, które stosuje się w geomechanice. Najbardziej oczywisty jest układ osi geometrycznych ( $x, y, z$ ), które standardowo przyjmuje się w poziomie ( $x, z$ ) i pionie ( $y$ ) zgodnie z płaską powierzchnią terenu i kierunkiem działania grawitacji. Stan naprężenia i elementy modeli konstytutywnych gruntów, takie jak powierzchnie plastyczności, najczęściej rozpatruje się w przestrzeni naprężeń głównych ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) lub innych niezmienników naprężenia (np.  $p, q, \theta$  : naprężenie średnie, naprężenie dewiatorowe, kąt Lodego [6]). Oś naprężeń głównych zorientowane są zgodnie z kierunkami głównymi tensora naprężenia  $\sigma$ .

Układ współrzędnych można także zorientować zgodnie z kierunkami głównymi mikrostruktury gruntów ( $x_m, y_m, z_m$ ). Oś związane z mikrostrukturą są rzadko brane pod uwagę w mechanice gruntów, jednakże orientacja mikrostruktury jest ważnym elementem rozpoznania w mechanice skał, gdzie istotne jest określenie charakterystycznych kierunków spękań lub warstwowań. W ogólnym przypadku zagadnienia geotechnicznego osie trzech wymienionych układów mogą być nachyłone pod różnymi kątami w przestrzeni. Przykład takiej sytuacji przedstawiono na rys. 1.

Jednakże, w wielu przypadkach praktycznych kierunki geometryczne, kierunki główne naprężenia oraz mikrostruktury są wspólne, co znacznie upraszcza analizę. Przykładowo sytuację taką często implikuje się w modelach obliczeniowych na etapie wprowadzania warunków początkowych, przyjmując poziomy układ równoległych warstw geotechnicznych i terenu. Dotyczy to także standardowych badań laboratoryjnych w aparacie trójosiowego ściskania lub edometrycznym. O ile w wymienionych badaniach laboratoryjnych sytuacja zgodności orientacji opisy-



Rys. 1. Przykład nierównoległości osi geometrycznych  $(x, y)$ , osi głównych mikrostruktury gruntu  $(x_m, y_m)$  oraz osi naprężeń głównych  $(\sigma_1, \sigma_3)$  w zagadnieniu równowagi statycznej skarpy w płaskim stanie odkształcenia

wanych osi nie zmienia się w trakcie badania, to wprowadzenie obciążeń dodatkowych lub zmiany geometrii w modelu obliczeniowym zagadnienia praktycznego będzie związane z obrotem kierunków głównych naprężenia względem kierunków głównych mikrostruktury i geometrii.

Orientacja mikrostruktury gruntów względem kierunków geometrycznych i kierunków głównych naprężenia jest jednym z aspektów anizotropii w gruntach. W osiach mikrostruktury należy teraz przedstawić dystrybucję kierunkową wybranych właściwości gruntów. Może to dotyczyć sztywności, wytrzymałości lub współczynnika filtracji. W ogólnym przypadku właściwości te mogą zmieniać się dowolnie w różnych kierunkach. Sposób depozycji i konsolidacji gruntów pozwala jednak na wprowadzenie uproszczonej dystrybucji kierunkowej w modelu anizotropii. W mechanice gruntów najczęściej zakłada się tzw. izotropię transversalną (*transverse isotropy*, *cross-anisotropy*), w której wyróżnia się jedną płaszczyznę (płaszczyznę izotropii), gdzie właściwości gruntu są identyczne we wszystkich kierunkach równoległych do niej, natomiast różne od właściwości w kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny. Płaszczyzna izotropii gruntów jest zwykle zorientowana horyzontalnie.

## RODZAJE ANIZOTROPII GRUNTÓW I ICH MODELOWANIE

### Anizotropia naprężenia

Najczęściej uwzględnianym rodzajem anizotropii w analizach obliczeniowych jest anizotropia naprężenia lub tzw. anizotropia indukowana naprężeniem. Anizotropia naprężenia przy definiowaniu warunków początkowych jest związana ze współczynnikiem parcia spoczynkowego  $K_0 = \sigma_x / \sigma_y = \sigma_h / \sigma_v$ . Jego wartość zależy od kąta tarcia wewnętrznego  $\phi$  i stopnia prekonsolidacji OCR. Zależność tę wyznacza się z różnych relacji półempirycznych – przykładowo:

$$K_0 = \sqrt{OCR} (1 - \sin \phi) \quad (1)$$

Wartość współczynnika  $K_0$  w warunkach początkowych definiuje stan naprężenia w relacji do kryterium wytrzymałości

na ścinanie. Anizotropia przyjętego naprężenia początkowego wpływa zatem na wytrzymałość na ścinanie. Wpływ ten zachodzi bez względu na to, czy stosuje się izotropowe czy anizotropowe kryterium wytrzymałości na ścinanie.

Ogólną wytrzymałość gruntu można utożsamiać z powierzchnią plastyczności. Kształt tej powierzchni podczas normalnej konsolidacji ( $K_0^{NC}$ ) jest formowany poprzez zmieniający się stan naprężenia. Można zatem przyjąć, że powierzchnia plastyczności gruntu normalnie skonsolidowanego jest związana tylko z anizotropią naprężenia w stanie  $K_0^{NC}$ .

Inna sytuacja dotyczy sztywności gruntu. W modelowaniu, w przypadku izotropowego prawa Hooke'a, sztywność nie zmienia się względem poziomu naprężenia, wartości  $K_0$  oraz przy zmianie nachylenia osi naprężeń w przyjętym układzie współrzędnych. Nie jest to zgodne z zachowaniem się gruntu obserwowanym w badaniach laboratoryjnych lub *in situ*. Stosowane często w standardowych modelach gruntu uzależnienie modułów sztywności od poziomu naprężenia przy stałym współczynniku Poissona wpływa tylko na poziom sztywności, natomiast nie wprowadza zmiany jej dystrybucji kierunkowej. Anizotropię sztywności sprężystej indukowanej naprężeniem można jednak uzyskać, stosując model hipersprężysty [15]. Izotropowy model hipersprężysty pozwala na modelowanie zależności sztywności od poziomu naprężenia i wartości  $K_0$ . Z różnych propozycji literaturowych na uwagę zasługuje model hipersprężysty Vermeera [22] ze względu na parametry materiałowe, które można łatwo odnieść do standardowych stałych w prawie Hooke'a. Model ten opiera się na następującej funkcji potencjału sprężystego:

$$W(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{3p_{ref}^{1-\beta}}{2G_0^{ref}(1+\beta)} \left( \frac{2}{3}Q \right)^{(1+\beta)/2} \quad (2)$$

$$Q = \frac{1}{2} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}^2 = \frac{1}{2} \sigma_{rs} \sigma_{rs} \quad (3)$$

gdzie:

$G_0^{ref}$  – moduł ścinania przy średnim naprężeniu referencyjnym  $p_{ref}$ ,

$\beta$  – stała materiałowa zależna od współczynnika Poissona:

$$\beta = -2 + \frac{3}{1 + \nu_0} \quad (4)$$

Parametr  $\beta$  determinuje równocześnie stopień zależności aktualnego modułu ścinania  $G_0$  od poziomu naprężenia:

$$G_0 = G_0^{ref} \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{3}} Q}{P_{ref}} \right)^{1-\beta} \quad (5)$$

W notacji indeksowej stosowanej w niniejszym artykule zakłada się następującą regułę dotyczącą kierunków:  $(x_1, x_2, x_3) \Leftrightarrow (x, y, z) \Leftrightarrow (h, v, h)$ . Szczegóły dotyczące wyrowadzania macierzy sztywności oraz implementacji modelu hipersprężystego Vermeera można znaleźć w pracach [5, 15].

## Anizotropia mikrostruktury

Historia konsolidacji, naturalna cementacja oraz procesy związane z diagenetą budują mikrostrukturę gruntu i związaną z nią anizotropię. Kierunki główne anizotropii mikrostruktury można przyjąć jako stałe i dopóki stan naprężenia będzie zlokalizowany wewnątrz anizotropowej powierzchni plastyczności, zmianom może ulegać głównie poziom sztywności, natomiast kierunkowa dystrybucja zarówno sztywności, jak i wytrzymałości powinna pozostać niezmienną. Znaczne przeciążenie gruntu spowoduje tzw. destrukuryzację [8], czyli zniszczenie mikrostruktury i powrót do stanu, w którym będzie dominować anizotropia naprężenia.

Anizotropia sztywności indukowana naprężeniem zmienia się wraz ze stanem naprężenia i w przypadku osiągnięcia izotropowego stanu naprężenia ( $q = 0$ ) zanika. Przy naprężeniu izotropowym można zatem dokonać pomiarów anizotropowej sztywności związanej z mikrostrukturą. Najczęściej wykorzystywaną relacją naprężenie – odkształcenie uwzględniającą anizotropię mikrostruktury jest prawo Hooke'a z izotropią transwersalną będące uproszczeniem modelu ortotropowego. W modelu tym wprowadza się pięć stałych materiałowych, przykładowo:

$$E_v, E_h, \nu_{hh}, \nu_{vh}, G_{vh} \quad (6)$$

zakładając poziomą płaszczyznę izotropii ( $hh \Leftrightarrow xz$ ),  $E_v$  jest modułem Younga w kierunku pionowym,  $E_h$  jest modułem Younga w kierunku poziomym,  $\nu_{vh}$  jest współczynnikiem Poissona przy wymuszeniu poziomej składowej odkształcenia pionową składową,  $\nu_{hh}$  jest współczynnikiem Poissona przy wymuszeniu poziomej składowej odkształcenia prostopadłą do niej poziomą składową i  $G_{vh}$  modułem ścinania w płaszczyźnie pionowej. Wyznaczenie tych parametrów wymaga rozbudowanego programu badań sejsmicznych w aparacie trójosiowego ściskania wyposażonym w elementy *bender* na próbkach wycinanych w pionie i poziomie [12, 9]. Analizując parametry izotropii transwersalnej gruntów naturalnych, Graham i Houlsby [11] zaproponowali uproszczenie, którego efektem jest redukcja liczby parametrów do trzech:  $E^*$ ,  $\nu^*$  – odpowiednio: zmodyfikowany moduł Younga i wskaźnik Poissona oraz współczynnik anizotropii  $\alpha$ , poprzez który wprowadzono następującą regułę:

$$\alpha = \sqrt{\frac{E_h}{E_v}} = \frac{\nu_{hh}}{\nu_{vh}} = \frac{G_{hh}}{G_{vh}} \quad (7)$$

gdzie:

$G_{hh}$  – moduł ścinania w płaszczyźnie poziomej.

Parametry modelu Grahama-Houlsby'ego można odnieść do parametrów standardowego modelu izotropii transwersalnej w następujący sposób:

$$\begin{aligned} E_v &= E^*, \quad E_h = \alpha^2 E^*, \\ \nu_{vh} &= \frac{\nu^*}{\alpha}, \quad \nu_{hh} = \nu^*, \\ G_{vh} &= \alpha \frac{E^*}{2(1+\nu^*)} \end{aligned} \quad (8)$$

Współczynnik anizotropii  $\alpha$ , najczęściej definiowany poprzez stosunek  $(E_h/E_v)^{0.5}$ , jest stosunkowo łatwy do oznaczenia i jego wartości charakteryzujące anizotropię mikrostruktury różnych gruntów są często podawane w literaturze. Zestawienie wyników różnych badań laboratoryjnych nad współczynnikiem  $\alpha$  można znaleźć w pracy [5]. Charakterystyczna jest pewna ogólna tendencja, w której wartości  $\alpha > 1,0$ , co świadczy o wyższej sztywności w kierunku poziomym niż pionowym, są charakterystyczne w gruntach prekonsolidowanych, natomiast sytuacja odwrotna ( $\alpha < 1,0$ ) jest rejestrowana w przypadku gruntów normalnie skonsolidowanych.

## Anizotropia naturalna

Podział na anizotropię naprężenia i mikrostruktury może wydawać się nieostry i anizotropia naturalna, której parametry można otrzymać np. w badaniach *in situ*, będzie zawsze złożeniem tych dwóch rodzajów anizotropii. Podział ten ułatwia jednak modelowanie i kombinacja oddzielnych modeli anizotropii naprężenia i mikrostruktury pozwala na dokładniejsze odtworzenie rzeczywistego zachowania się gruntów. W przedstawionym opisie wyróżniono także oddzielnie anizotropię wytrzymałości (powierzchnia plastyczności) i sztywności (relacja naprężenie – odkształcenie przed zniszczeniem), przyjmując konwencję modelu sprężysto-plastycznego. W przypadku gruntów normalnie skonsolidowanych stosowanie modelu anizotropowego do opisu sztywności może być mniej istotne niż wprowadzenie anizotropowej powierzchni plastyczności, związanej głównie ze stanem naprężenia. Natomiast w przypadku gruntów mocno prekonsolidowanych opis sztywności z uwzględnieniem anizotropii naturalnej i nieliniowości wydaje się znacznie bardziej istotny w analizach odkształcenia podłoża niż anizotropowa wytrzymałość.

## ZAPROPONOWANY MODEL GRUNTU

Przyjęty do obliczeń model konstytutywny gruntu sformułowany w pracy [5]. Jego głównym przeznaczeniem jest symulacja zachowania się prekonsolidowanych gruntów drobnoziarnistych, jednakże można go zastosować także w symulacjach numerycznych zachowania się innych gruntów. Główny nacisk położono na modelowanie anizotropii i nieliniowości sztywności oraz historii obciążenia w obszarze małych i pośrednich odkształceń, to jest przed zniszczeniem mikrostruktury gruntu. Wytrzymałość na ścinanie ograniczono izotropowym kryterium Matsuoki-Nakaiego [6, 13]:

$$F_{MN}(\boldsymbol{\sigma}) = I_1 I_2 - \frac{9 - \sin^2 \phi}{-1 + \sin^2 \phi} I_3 = 0 \quad (9)$$

gdzie:

$I_1, I_2, I_3$  – niezmienniki tensora naprężenia:

$$I_1 = \sigma_{kk}, \quad I_2 = \frac{1}{2} [\sigma_{ij} \sigma_{ij} - (I_1)^2], \quad I_3 = \det(\boldsymbol{\sigma}) \quad (10)$$

Kontur tego kryterium na płaszczyźnie dewiatorowej jest nieliniowy, natomiast w punktach reprezentujących osiowosymetryczny stan naprężenia jest zgodny z kryterium Mohra-Colomba.

W opisie sztywności w obszarze wewnątrz kryterium wytrzymałości na ścinanie (stany naprężenia  $F_{MN}(\boldsymbol{\sigma}) < 0$ ) podjęto próbę kombinacji zależności sztywności od poziomu naprężenia, anizotropii indukowanej naprężeniem oraz anizotropii mikrostruktury w ramach modelu hipersprężystego. W tym celu sformułowano potencjał sprężysty będący funkcją zarówno niezmienników naprężenia, jak i struktury.

Materiał izotropowo-transwersalny można scharakteryzować poprzez wektor jednostkowy  $\mathbf{v}$ , wyznaczający kierunek główny mikrostruktury prostopadły do płaszczyzny izotropii. Izotropię transwersalną reprezentuje tensor  $\mathbf{M}$ , otrzymany z następującego iloczynu diadycznego [3]:

$$\mathbf{M} = \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} \quad (11)$$

W przypadku pionowej orientacji ( $v \Leftrightarrow x_2 \Leftrightarrow v$ ) osi izotropii transwersalnej ( $\mathbf{v} = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$ ) otrzymujemy:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Potencjał sprężysty w równaniu (2) jest funkcją niezmiennika naprężenia  $Q$ . Analogiczny niezmiennik  $Q_M$  łączący naprężenie i mikrostrukturę można sformułować następująco:

$$Q_M = \frac{1}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2 \cdot \mathbf{M}) = \frac{1}{2} M_{ab} \sigma_{bc} \sigma_{ca} \quad (13)$$

W celu uwzględnienia w funkcji (2) zarówno naprężenia i izotropowo transwersalnej mikrostruktury zaproponowano zamiast niezmiennika  $Q$  na następujący niezmiennik mieszany:

$$\bar{Q} = c_1 Q + c_2 Q_M = \frac{1}{2} \overbrace{(c_1 \delta_{ab} + c_2 M_{ab})}^{m_{ab}^Q} \sigma_{bc} \sigma_{ca} = \frac{1}{2} m_{ab}^Q \sigma_{bc} \sigma_{ca} \quad (14)$$

gdzie stałe materiałowe  $c_1$  i  $c_2$  kontrolują stopień anizotropii naprężenia i mikrostruktury. W przypadku gdy  $c_1 = 1,0$  i  $c_2 = 0,0$  lub  $c_1 = 1,0$  i  $\mathbf{M} = \mathbf{0}$ , anizotropia mikrostruktury (tutaj izotropia transwersalna) jest deaktywowana i otrzymuje się oryginalny potencjał sprężysty Vermeera z równania (2). Szczegóły wyprowadzania macierzy sztywności z potencjału opartego na niezmiennikach naprężenia i mikrostruktury przedstawiono w pracy [5]. W zmodyfikowanym modelu hipersprężystym moduł ścinania z równania (5) można teraz wyrazić następująco:

$$\bar{G}_0 = G_0^{\text{ref}} \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{3}} \bar{Q}}{P_{\text{ref}}} \right)^{1-\beta} \quad (15)$$

Współczynnik anizotropii  $\alpha$  nie jest stałą w zaproponowanym modelu, jednakże można go wyznaczyć, znając dany osiowosymetryczny stan naprężenia ( $\sigma_v, \sigma_h = K\sigma_v$ ) i analizując składowe macierzy sztywności [5]:

$$\alpha = \sqrt{\frac{E_h}{E_v}} = \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)(2c_1 K^2 + (c_1 + c_2)\beta)}{c_1(c_2 + c_1(1 + K^2(1 + \beta)))}} \quad (16)$$

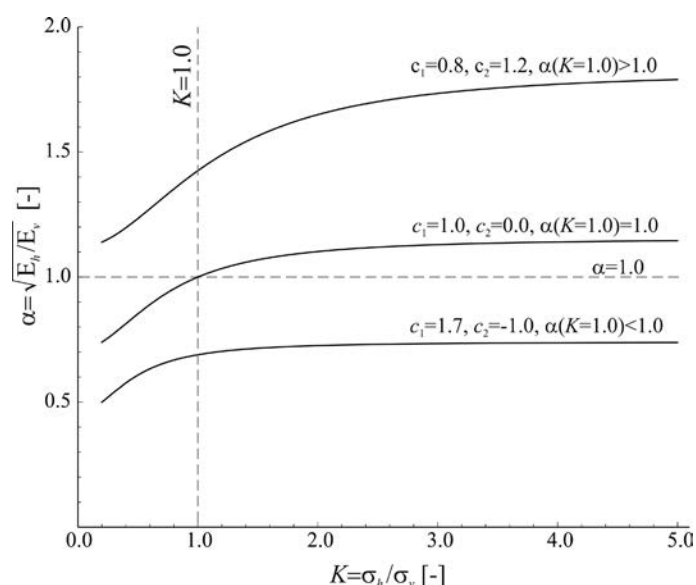
W przypadku izotropowego stanu naprężenia ( $K = 1,0$ ) współczynnik  $\alpha$  z równania (16) reprezentuje czystą anizotropię mikrostruktury i równanie to upraszcza się:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)(c_2\beta + c_1(2 + \beta))}{c_1(c_2 + c_1(2 + \beta))}} \quad (17)$$

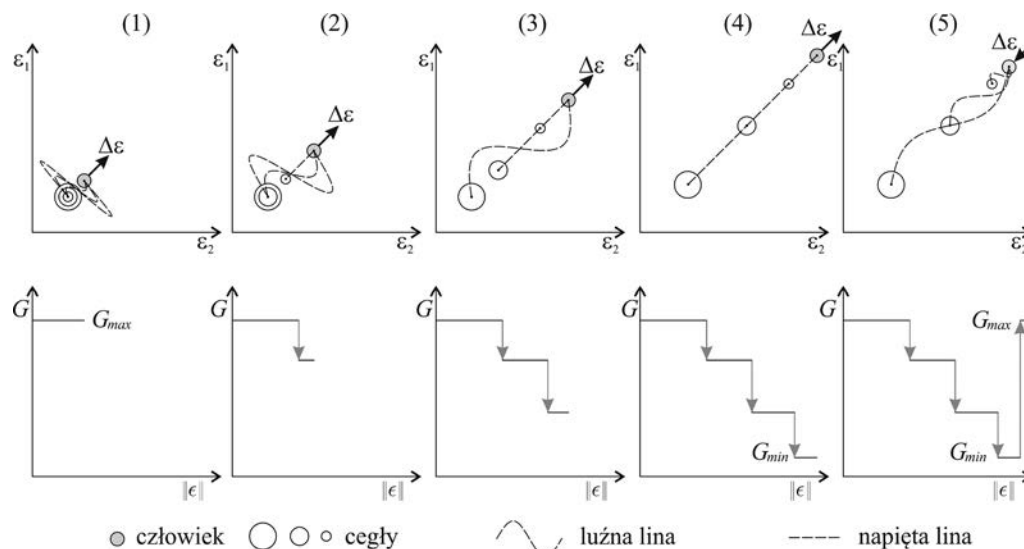
W pozostałych przypadkach współczynnik  $\alpha$  obejmuje łączną anizotropię naprężenia oraz anizotropię mikrostruktury.

Na rys. 2 przedstawiono zmienność współczynnika  $\alpha$  według równania (16) obrazującą kombinację anizotropii naprężenia i struktury.

Sformułowany powyżej model hipersprężysty z izotropią transwersalną mikrostruktury można zastosować do opisu sztywności w zakresie małych odkształceń, jednakże zakres małych odkształceń odwzorowany w przestrzeni naprężeń obejmuje obszar znacznie mniejszy od ograniczonego standardowo poprzez kryterium wytrzymałości na ścinanie lub graniczną powierzchnię plastyczności. Z doświadczeń laboratoryjnych wiadomo jednak, że odkształcenia nieodwracalne powstają znacznie wcześniej i dochodzi do degradacji sztywności z odkształceniem przed osiągnięciem powierzchni granicznej. Degradacja ta jest często prezentowana za pomocą tzw. krzywej  $S$ , będącej wykresem zmian jednego z modułów sztywności (najczęściej siecznego modułu ścinania  $G$ ) z odkształceniem postaciowym w skali półlogarytmicznej. W zaawansowanych modelach sprężysto-plastycznych efekt ten uzyskuje się poprzez wprowadzenie dodatkowych powierzchni plastyczności



Rys. 2. Zmiany współczynnika anizotropii  $\alpha$  ze stosunkiem składowych głównych osiowosymetrycznego stanu naprężenia w przypadku trzech przykładowych zestawów stałych  $c_1$  i  $c_2$  oraz  $\beta = 0,5$ .



Rys. 3. Zasada działania modelu brick zaproponowanego przez Simpsona [21]. Pokazano przykładową monotoniczną ścieżkę odkształcenia (1-4) po której następuje odciążenie (5). Człowiek ciągnie trzy cegły na linach o różnej długości. Cegły przesuwając się powodują skokowe spadki referencyjnego modułu ścinania. Proporcje tych spadków są zdefiniowane oddzielnie do każdej cegły. W efekcie krzywa degradacji sztywności z odkształceniem (tzw. krzywa S) jest reprezentowana poprzez wykres schodkowy.

wewnątrz powierzchni granicznej. Oprócz degradacji sztywności przy obciążeniu monotonicznym metoda ta pozwala na odtworzenie wysokiej sztywności początkowej po ostrej zmianie kierunku obciążenia (odciążeniu). W zaproponowanym modelu przyjęto metodę symulacji degradacji sztywności zaproponowaną przez Simpsona [21], która jest ekwiwalentna przyjęciu zagnieżdżonych powierzchni plastyczności niestandardowo, tj. w przestrzeni odkształcenia zamiast naprężenia. Model Simpsona o nazwie *brick* [21] opisywany jest poprzez obrazową analogię człowieka ciągnącego cegły na linach o różnej długości po płaszczyźnie. Człowiek jest odpowiednikiem aktualnego stanu odkształcenia, płaszczyzna jest odpowiednikiem wybranej przestrzeni odkształcenia, natomiast cegły są odpowiedzialne za stopniowe spadki sztywności. Sztywność spada, kiedy dana cegła jest ciągnięta na napiętej linii, natomiast rośnie, gdy linia jest luźna. Zasadę tę zobrazowano na rys. 3.

W różnych wersjach modelu *brick* przyjmuje się różne składowe przestrzeni odkształcenia oraz wynikające z tego różne miary odległości pomiędzy człowiekiem i poszczególnymi cegłami. Wersja modelu *brick* zastosowana do obliczeń w niniejszym artykule jest zdefiniowana w przestrzeni sześciu składowych odkształcenia, natomiast miarą odległości jest norma euklidesowa odkształcenia:

$$\|\epsilon\| = \sqrt{\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}} \quad (18)$$

Degradację sztywności przyjęto na podstawie równania zaproponowanego przez Santosa i Correię [20], w którym aktualny styczny moduł ścinania  $G_{act}^t$  jest funkcją odkształcenia postaciowego  $\gamma$ :

$$\frac{G_{act}^t}{G_0^{ref}} = \left( \frac{\gamma_{0,7}}{\gamma_{0,7} + \frac{3}{7}\gamma} \right)^2 \quad (19)$$

gdzie:

$\gamma_{0,7}$  – odkształcenie postaciowe, przy którym dochodzi do 30% spadku początkowego modułu referencyjnego  $G_0^{ref}$ .

Relację tę zastosowano w modelu *HS Small* [19] dostępnym w komercyjnych programach obliczeniowych (np. *Plaxis*, *ZSoil*).

W prezentowanym modelu zamiast odkształcenia postaciowego  $\gamma$  jako miarę odkształcenia przyjęto normę  $\|\epsilon\|$  i tym samym parametr  $\gamma_{0,7}$  zastąpiono  $\|\epsilon\|_{0,7}$ .

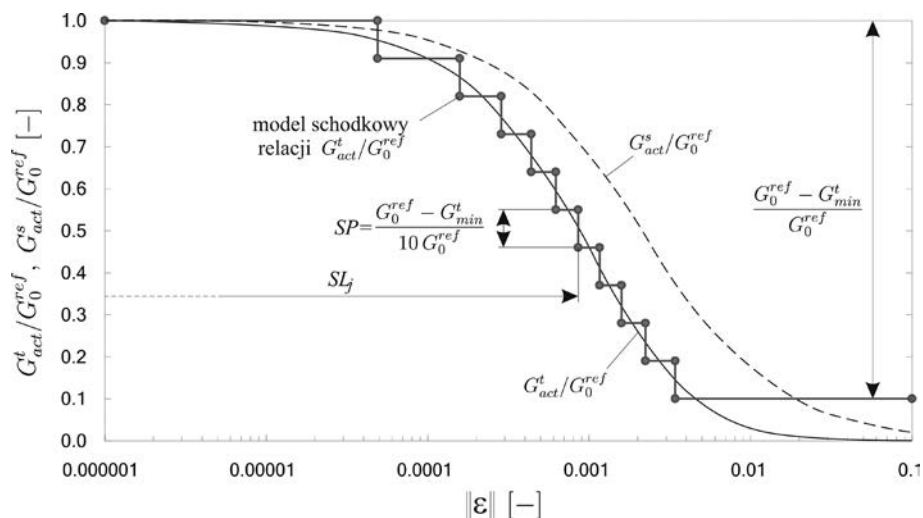
Degradację sztywności wprowadzono następnie do równania definiującego moduł ścinania w modelu hipersprężystym z izotropią transwersalną z równania (15), otrzymując:

$$\bar{G}_0 = G_0^{ref} \left( \frac{\|\epsilon\|_{0,7}}{\|\epsilon\|_{0,7} + \frac{3}{7}\|\epsilon\|} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\bar{Q}}{p_{ref}} \right)^{1-\beta} \quad (20)$$

Na rys. 4 przedstawiono schemat krzywej schodkowej degradacji aktualnego stycznego modułu ścinania przyjęty w prezentowanym modelu. Przyjęto równe spadki sztywności, których proporcje (*SP*) przyporządkowano dziesięciu cegłom na linach o długościach ( $SL_j$ ,  $j = 1 \dots 10$ ). Minimalna wartość referencyjnego stycznego modułu ścinania jest ograniczona do  $G_{min}^t$ , zatem przy dużych odkształceniach nie dochodzi do spadku sztywności do zera, co stanowiłoby problem w procedurach obliczeniowych.

Podsumowując, parametry materiałowe zaproponowanego modelu można pogrupować następująco:

- **wytrzymałość:** efektywny kąt tarcia wewnętrznego  $\phi$ , spójność efektywna  $c$ , kąt dyatacji  $\psi$ ,
- **sztywność:** referencyjny początkowy moduł ścinania  $G_0^{ref}$ , parametr  $\beta$  związany ze współczynnikiem Poissona (4) i stopniem zależności sztywności od poziomu naprężenia (5), minimalny styczny moduł ścinania  $G_{min}^t$ , odkształcenie progowe  $\|\epsilon\|_{0,7}$ , średnie naprężenie referencyjne  $p_{ref}$ ,



Rys. 4. Dyskretyzacja krzywej S za pomocą wykresu schodkowego zastosowana w modelu

- **anizotropia:** parametry  $c_1, c_2$  sterujące współczynnikiem anizotropii  $\alpha$  – można je wyznaczyć z równania (17), znając standardowy pionowy moduł Younga  $E_v$  oraz współczynnik anizotropii  $\alpha$  wyznaczony w izotropowym stanie naprężenia ( $K = 1,0$ ).

## PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Wykonawstwo tunelu jest przykładem odciążenia podłoża gruntowego. W przypadku drążenia tunelu dochodzi do usunięcia znacznych objętości urobku wraz z wodą gruntową z obszaru zabezpieczonego obudową. Szywność i wytrzymałość żelbetowej obudowy ograniczają odkształcenie własne tunelu. Wykonawstwo tuneli różni się szczegółami w przypadku tuneli drążonych metodami górnictwymi (np. NATM) oraz przy użyciu maszyny drążącej (TBM), jednakże w analizie odkształcenia podłoża gruntowego stosuje się podobne metody obliczeniowe. Powstające wokół tunelu odkształcenie podłoża jest powodowane odciążeniem gruntu, zmianą kształtu obudowy tunelu (tzw. owalizacją) oraz kontrakcją przekroju tunelu zależną od technologii drążenia. W rezultacie powstaje w większości przypadków osiadanie terenu – szczególnie przy drążeniu tuneli na większych głębokościach.

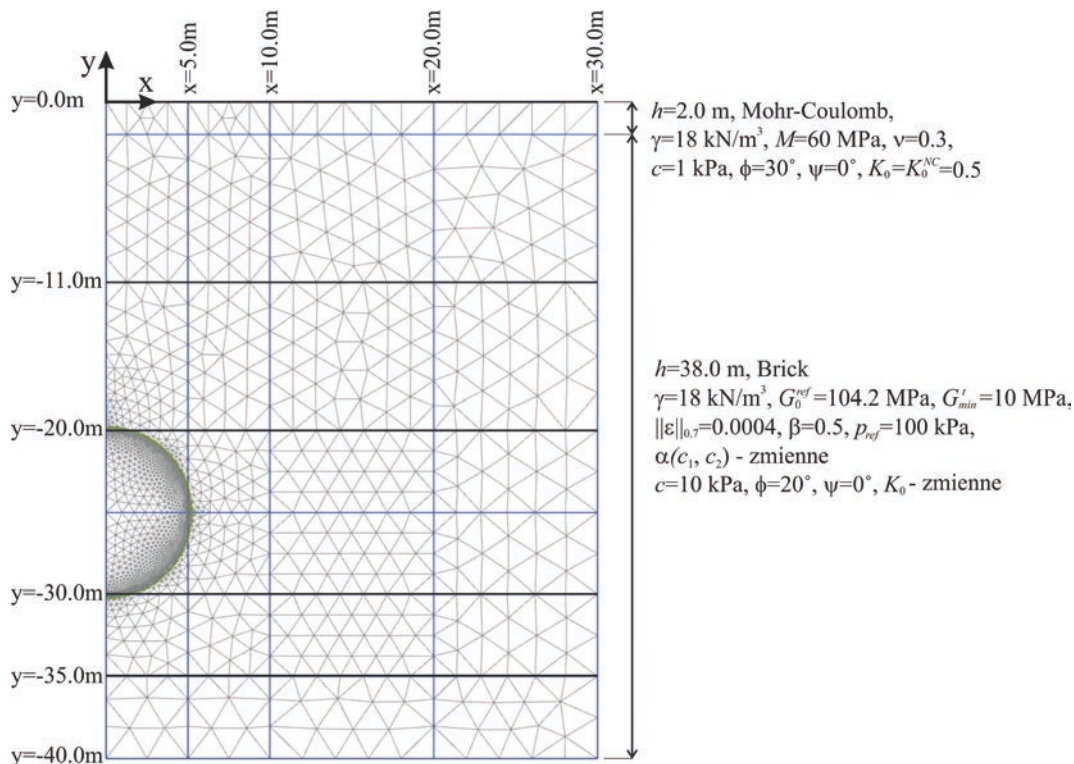
Najprostszym sposobem oszacowania osiadania terenu w wyniku drążenia tunelu jest zastosowanie empirycznej metody Pecka [17], w której kształt niecki osiadań nad tunelem modelowany jest krzywą Gaussa. Bardziej zaawansowane metody obliczeń polegają na przyjęciu półprzestrzeni liniowo sprężystej jako modelu podłoża gruntowego i analizie odkształcenia wywołanego kołowym otworem, który poddaje się obciążeniu normalnemu oraz zmianie średnicy [18].

Potraktowanie problemu jako zagadnienia brzegowo-początkowego równowagi statycznej i rozwiązanie go z zastosowaniem metod numerycznych (np. MES) jest rozwiązaniem kompleksowym, to jest umożliwiającym jednoczesną analizę sił wewnętrznych w obudowie tunelu oraz odkształcenia podłoża, w wyniku którego powstają osiadania terenu. Przykłady z problematyki stosowania metody elementów skończonych w analizie tuneli można znaleźć w pracach [7, 10, 14].

W niniejszym artykule analizie poddano przykładowe zagadnienie brzegowo-początkowe drążenia tunelu metodą tarczową w gruncie jednorodnym. Uproszczone warunki gruntowo-wodne przyjęto w celu koncentracji uwagi na analizie wpływu anizotropii naprężenia i sztywności na powstające odkształcenia i siły wewnętrzne w obudowie tunelu. Na rys. 5 przedstawiono geometrię, dyskretyzację oraz parametry warstw geotechnicznych w modelu przyjętym do analiz.

Oś tunelu o średnicy 10 m znajduje się na głębokości 25 m p.p.t. Przyjęto żelbetową obudowę tunelu o grubości 0,5 m ( $E = 3 \cdot 10^7$  kPa). Analizowane zagadnienie dotyczy przekroju poprzecznego i przyjęto warunki płaskiego stanu odkształcenia. Obudowę zamodelowano przy pomocy elementów belkowych (w analizowanych warunkach reprezentują płytę). Proces drążenia jest symulowany w następujących fazach: wprowadzenie do ośrodka gruntowego elementów obudowy; deaktywacja elementów ośrodka gruntowego w obrębie obudowy tunelu (usunięcie urobku); wprowadzenie kontrakcji obwodu obudowy tunelu. Przyjęto kontrakcję liniową o wartości 0,5%, co odpowiada kontrakcji objętościowej około 1%. Kontrakcja objętościowa ( $GLR$  – *Ground Loss Ratio*) będąca stosunkiem zmiany pola powierzchni przekroju tunelu do jego początkowego pola powierzchni jest stosowana często w literaturze i w przypadku metody tarczowej odzwierciedla różnicę pomiędzy przekrojem tarczy drążącej i ostatecznej obudowy tunelu wykonanej z żelbetowych tubingów. Przykładowo w prekonsolidowanych gruntach drobnoziarnistych wartość  $GLR$  przyjmuje się w granicach  $1 \div 2\%$ .

Do opisu zachowania się wierzchniej warstwy nasypu o miąższości 2,0 m przyjęto standardowy model Mohra-Colomba z parametrami przedstawionymi na rys. 5. Charakterystykę mechaniczną pozostałego obszaru gruntu reprezentuje model z anizotropową sztywnością przedstawiony w niniejszym artykule. Model ten zaimplementowano do programu [19] poprzez procedurę UDSM (*User Defined Soil Model*). W przypadku analizy zagadnienia odkształcenia podłoża w wyniku drążenia tunelu bardzo ważnym z punktu widzenia dokładności szacowanych przemieszczeń jest właśnie opis sztywności gruntu przed osiągnięciem granicznej wytrzymałości [1]. Podstawowe parametry przedstawiono na rys. 5. Mogą one reprezento-



Rys. 5. Geometria, dyskretyzacja i parametry materiałowe warstw geotechnicznych w przyjętym do obliczeń zagadnieniu brzegowo-początkowym drążenia tunelu o średnicy  $D = 10,0$  m

wać prekonsolidowany il. Wariantom obliczeniowym poddano początkową wartość współczynnika  $K_0$  oraz parametry  $c_1$  i  $c_2$  związane ze współczynnikiem anizotropii  $\alpha$ . Z równań relacji współczynnika  $\alpha$  z parametrami  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\beta$  oraz referencyjnym modulem ścinania wyznaczono następujące wartości parametrów anizotropii:  $c_1 = 1,0$ ,  $c_2 = 0,0 \Leftrightarrow \alpha = 1,0$  (brak anizotropii mikrostruktury);  $c_1 = 1,802$ ,  $c_2 = -0,754 \Leftrightarrow \alpha = 0,8$  (charakterystyczna wartość w gruntach normalnie skonsolidowanych);  $c_1 = 0,361$ ,  $c_2 = 0,672 \Leftrightarrow \alpha = 1,5$  (charakterystyczna wartość w gruntach mocno prekonsolidowanych). Ostatecznie przeanalizowano następujące warianty obliczeniowe [16]:

- 1) Przypadek referencyjny całkowitej izotropii stanu początkowego:  $\alpha = 1,0$ ,  $K_0 = 1,0$ ;
- 2) Sprawdzenie wpływu anizotropii naprężenia,  $\alpha = 1,0$  przy dwóch wartościach współczynnika  $K_0$ :  $K_0 = K_0^{NC} = 0,66$ ,  $K_0 = 1,5$ ;
- 3) Sprawdzenie wpływu anizotropii mikrostruktury,  $K_0 = 1,0$  przy dwóch wartościach współczynnika  $\alpha$ :  $\alpha = 0,8$ ,  $\alpha = 1,5$ ;
- 4) Sprawdzenie wpływu anizotropii struktury w gruncie mocno prekonsolidowanym przy wyższej sztywności w kierunku poziomym ( $\alpha = 1,5$ ) i wyższej składowej poziomej naprężenia ( $K_0 = 1,5$ );
- 5) Sprawdzenie wpływu anizotropii struktury w gruncie normalnie skonsolidowanym przy wyższej sztywności w kierunku pionowym ( $\alpha = 0,8$ ) i wyższej składowej pionowej naprężenia ( $K_0 = 0,8$ ).

Wszystkie obliczenia wykonano przyjmując warunki z od-pływem.

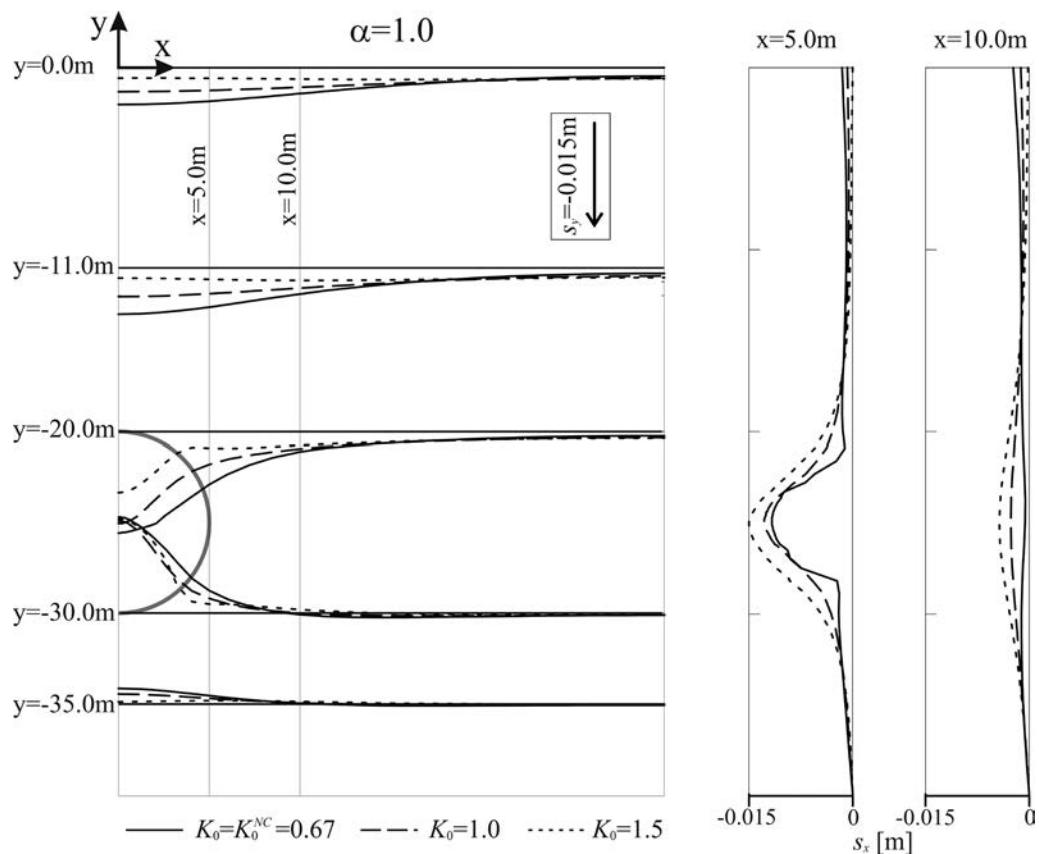
## WYNIKI OBLICZEŃ

Wpływ anizotropii indukowanej naprężeniem w opisie sztywności gruntu przed zniszczeniem na odkształcenie w obszarze wokół tunelu zilustrowano poprzez dystrybucję składowych przemieszczenia w wybranych przekrojach na rys. 6. Zestawiono tutaj wynik obliczeń z wyłączoną opcją anizotropii mikrostruktury i trzech wartościach współczynnika  $K_0$ .

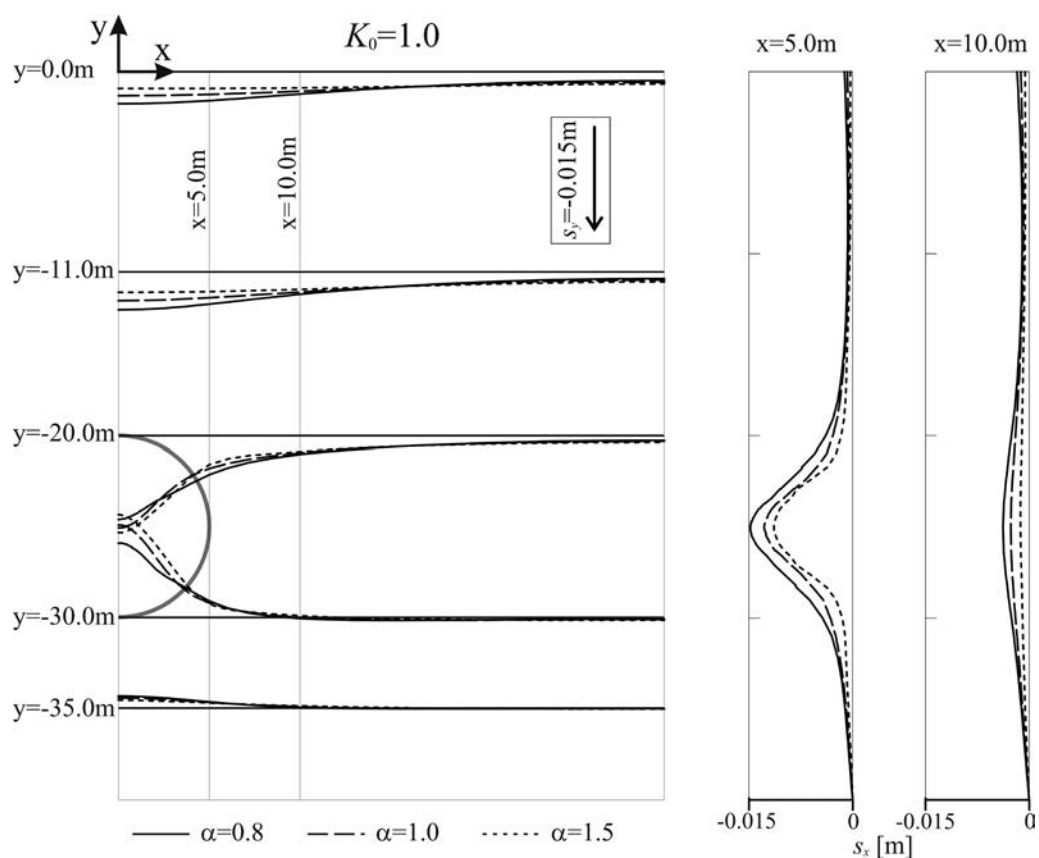
Analizując osiadania gruntu ( $s_y$ ), można zauważyć tendencję do zwiększania się nachylenia niecki osiadań w kierunku do osi tunelu przy niskiej wartości współczynnika  $K_0$ . Efekt ten jest wyraźny szczególnie w niżej położonych przekrojach poziomych. W przypadku  $K_0 = 1,5$  osiadania terenu są praktycznie równomierne w analizowanym obszarze. Odwrotnie jest w przypadku przemieszczeń bocznych ( $s_x$ ), gdzie przy niskim  $K_0 = K_0^{NC}$  otrzymujemy najmniejsze przemieszczenia. Jest to związane z faktem niższej wartości początkowej składowej poziomej naprężenia, która stanowi obciążenie boczne na wprowadzoną do modelu obudowę tunelu.

Na rys. 7 zestawiono wyniki przemieszczeń w przypadku początkowej izotropii naprężenia oraz trzech różnych współczynników anizotropii mikrostruktury.

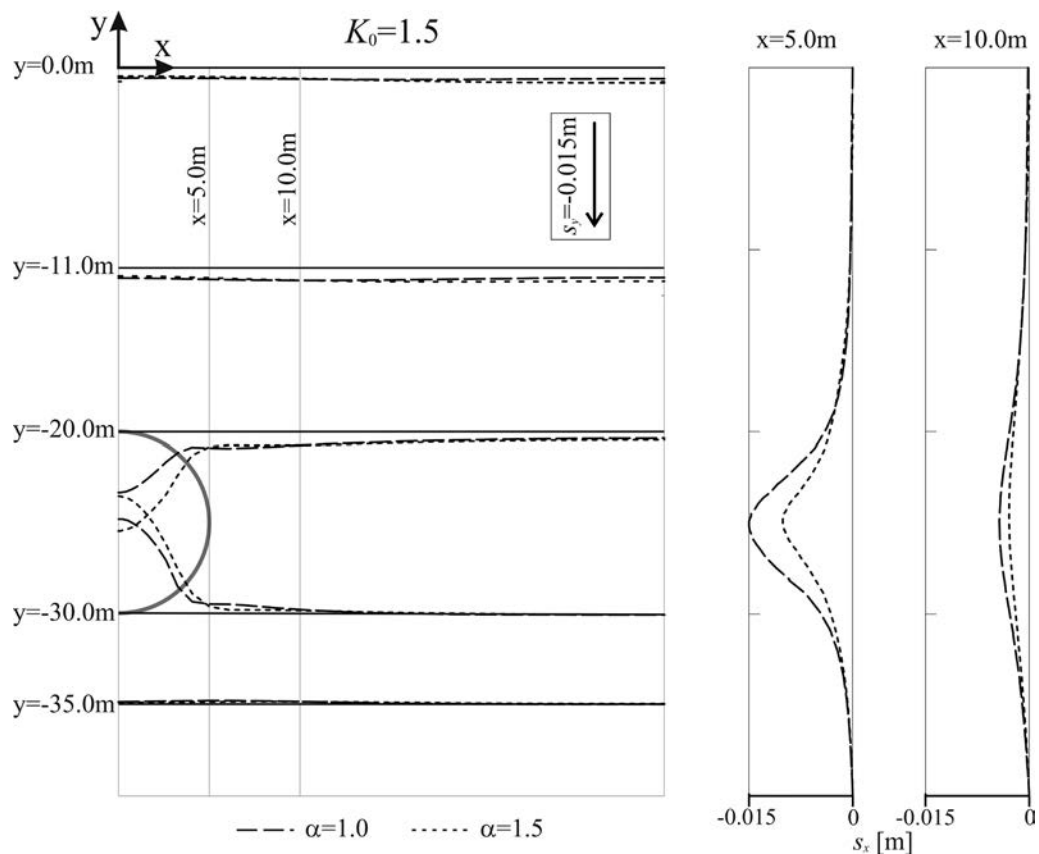
Przy niższej sztywności w kierunku poziomym ( $\alpha = 0,8$ ) osiadania terenu, podobnie jak w poprzednim porównaniu, są największe i obserwuje się największe nachylenie niecki osiadań, jednakże w przekrojach poziomych położonych głębiej tendencja ta zmienia się i bezpośrednio ponad krawędzią górną tunelu osiadania są najniższe przy  $\alpha = 0,8$ . Również odwrotnie, w stosunku do wyników analizy wpływu czystej anizotropii naprężenia, zachodzą przemieszczenia boczne – najniższe prze-



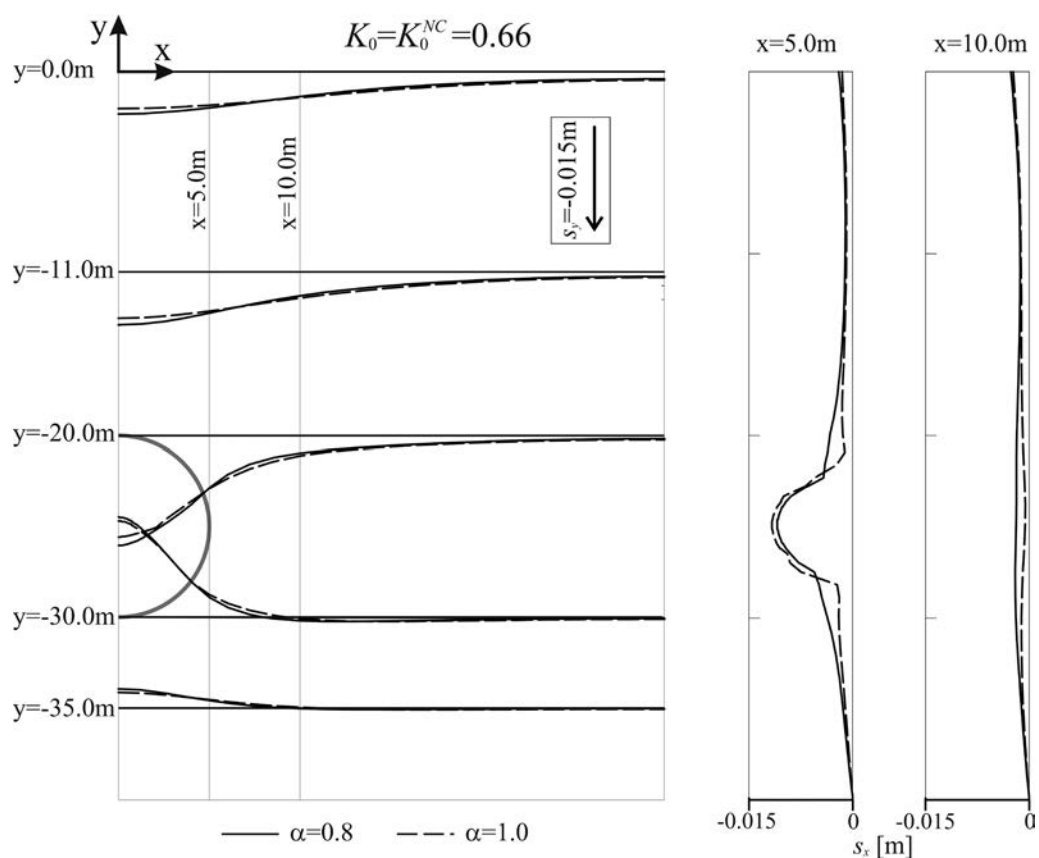
Rys. 6. Wpływ anizotropii naprężenia na dystrybucję składowych pionowych  $s_y$  i poziomych  $s_x$  przemieszczenia w różnych przekrojach poziomych i pionowych



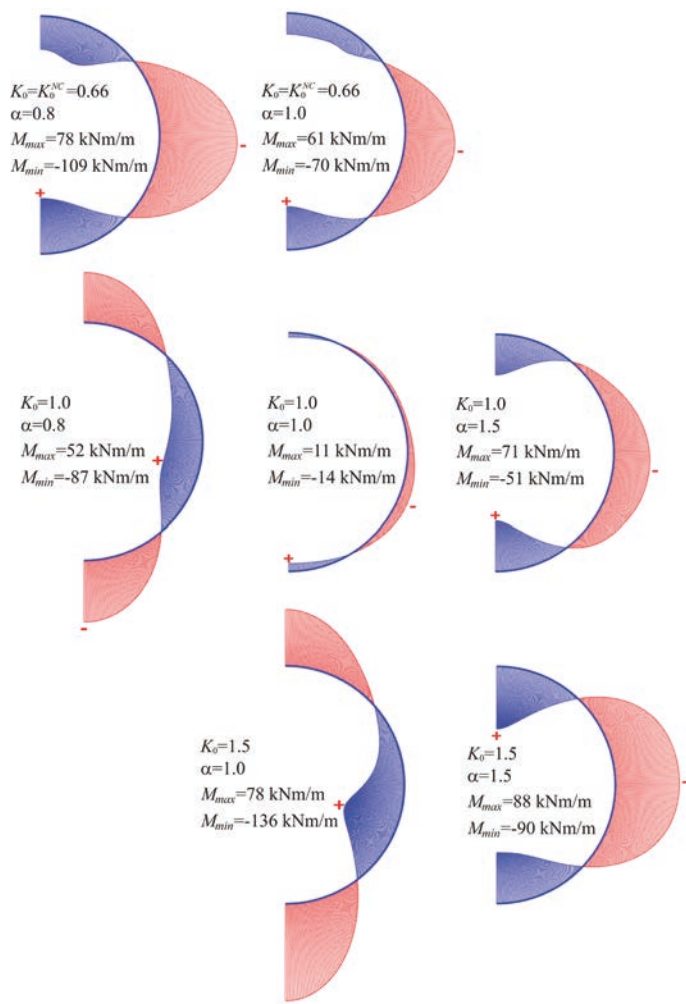
Rys. 7. Wpływ anizotropii mikrostruktury na dystrybucję składowych pionowych  $s_y$  i poziomych  $s_x$  przemieszczenia w różnych przekrojach poziomych i pionowych



Rys. 8. Wpływ anizotropii mikrostruktury przy anizotropii naprężenia  $K_0 = 1,5$  ( $OCR \gg 1,0$ ) na dystrybucję składowych pionowych  $s_y$  i poziomych  $s_x$  przemieszczenia w różnych przekrojach poziomych i pionowych



Rys. 9. Wpływ anizotropii mikrostruktury przy anizotropii naprężenia  $K_0 = K_0^{NC} = 0,66$  na dystrybucję składowych pionowych  $s_y$  i poziomych  $s_x$  przemieszczenia w różnych przekrojach poziomych i pionowych

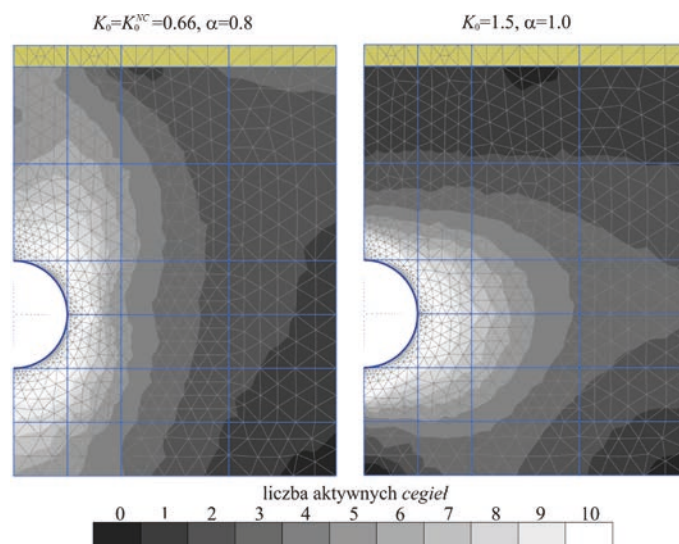


Rys. 10. Dystrybucja momentów zginających w obudowie tunelu przy różnych parametrach anizotropii naprężenia i mikrostruktury

mieszczenia obserwuje się przy wyższej sztywności w kierunku poziomym ( $\alpha = 1,5$ ).

Na rys. 8 i 9 zestawiono wyniki obliczeń, w których nałożono anizotropię naprężenia i mikrostruktury, przyjmując wyższą składową naprężenia i sztywności mikrostruktury w tych samych kierunkach geometrycznych: poziomym ( $\alpha = 1,5$ ,  $K_0 = 1,5$ ) i pionowym ( $\alpha = 0,8$ ,  $K_0 = K_0^{NC} = 0,66$ ), co odpowiada odpowiednio gruntom prekonsolidowanym i normalnie skonsolidowanym. Zestawienie to uwypukla obserwowane w poprzednich analizach tendencje, i na przykład największe osiadanie terenu oraz nachylenie niecki osiadań uzyskano przy zestawie parametrów jak w gruncie normalnie skonsolidowanym  $\alpha = 0,8$ ,  $K_0 = K_0^{NC} = 0,66$ .

Dopełnieniem obrazu uzyskanych wyników odkształcenia podłoża gruntowego jest zestawienie momentów zginających w obudowie tunelu we wszystkich przeprowadzonych wariantach parametrycznych. Zestawienie to przedstawiono na rys. 10. Dystrybucje momentów zginających w obudowie pośrednio pozwalają także na przedstawienie zmiany kształtu obudowy. Największe co do wartości momenty zginające występujące na poziomej i pionowej osi obudowy zaobserwowano odpowiednio w przypadkach ( $\alpha = 0,8$ ,  $K_0 = K_0^{NC}$ ) oraz ( $\alpha = 1,0$ ,  $K_0 = 1,5$ ). Obraz zmian sztywności gruntu zachodzących w tych skraj-



Rys. 11. Obszary degradacji sztywności w zakresie małych i pośrednich odkształceń związane z liczbą aktywnych (ciągniętych) cegieł w modelu brick

nych przypadkach obciążenia obudowy tunelu przedstawiono na rys. 11, porównując obszary degradacji sztywności w zakresie małych i pośrednich odkształceń. Miarą degradacji jest tutaj liczba aktywnych (ciągniętych) cegieł w modelu brick.

## PODSUMOWANIE

Przeanalizowano wpływ różnych rodzajów anizotropii (naprężenia, mikrostruktury oraz naturalnej) na odkształcenie podłoża wywołane drążeniem tunelu metodą tarczową. Symulacje numeryczne przedmiotowego zagadnienia wykonano z wykorzystaniem modelu z anizotropową sztywnością sformułowanym w pracy [5]. Przyjęte przykładowe zagadnienie brzegowo-początkowe zdefiniowano w możliwie prostej geometrii i warunkach gruntowych, tak aby uwagę można było skupić głównie na wpływie anizotropii cech mechanicznych gruntów w różnych wariantach parametrycznych na wynikowe odkształcenie. Analizując przedstawione wyniki obliczeń numerycznych, można zauważyć pewne tendencje, które mogą pomóc w analizach praktycznych zagadnień, gdzie standardowe modele izotropowe nie pozwalają uzyskać zadowalających rezultatów w porównaniu z wynikami obserwacji terenowych. Poruszone w artykule zagadnienia są jedynie wstępem do bardziej złożonych analiz odkształcenia wywołanego tunelowaniem, które autorzy planują podjąć w dalszej pracy badawczej, np. wpływ warunków odpływu, dodatkowej anizotropii współczynnika filtracji w analizie konsolidacji lub efektów modyfikacji zaproponowanego modelu konstytutywnego.

*Last but not least niniejszą pracę chcielibyśmy zedyktować prof. Eugeniuszowi Dembickiemu z okazji Jego 86. urodzin i jubileuszu 60 lat pracy redakcyjnej w zakresie geotechniki i inżynierii morskiej, życząc mu zdrowia i podtrzymania ciągle wysokiego poziomu energii w organizacji i trosce o przyszłość badań naukowych prowadzonych w Katedrze Geotechniki, Geologii i Budownictwa Morskiego Politechniki Gdańskiej.*

## LITERATURA

1. Addenbrooke T. I., Potts D. M., Puzrin A. M.: The influence of pre-failure soil stiffness on the numerical analysis of tunnel construction. *Géotechnique* 47/3, 1997.
2. Akagi H., Yamamoto H.: Dilatancy characteristics of clayey soil under principal axes rotation. Proceedings of the International Symposium on Deformation and Progressive Failure in Geomechanics (Nagoya), A. Asaoka and Oka, Eds., Pergamon Press, 1997, 211-216.
3. Boehler J.-P., Sawczuk A.: On yielding of oriented solids. *Archives of Mechanics* 27, 1977, 185-206.
4. Cudny M., Zentar R., Abriak N. R.: Two approaches to model the behaviour of soft natural clays under principal stress axes rotation. Pande & S. Pietruszczak (edycja), *Materiały konferencyjne 9th Int. Symposium on Numerical Models in Geomechanics (NUMOG IX)*, Ottawa, A.A. Balkema, 2004. ([http://www.pg.gda.pl/~mcud/publications/content/documents/NUMOG\\_2004.pdf](http://www.pg.gda.pl/~mcud/publications/content/documents/NUMOG_2004.pdf))
5. Cudny M.: Some aspects of the constitutive modelling of natural fine grained soils, Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Wydawnictwo IMOGEOR, (monografia dostępna w bazie *Research Gate*), Gdańsk 2013.
6. Cudny M., Binder K.: Kryteria wytrzymałości gruntu na ścinanie w zagadnieniach geotechniki, *Inżynieria Morska i Geotechnika* 6, 2005, 456-465, ([www.pg.gda.pl/~mcud/publications/content/documents/IMG\\_2\\_2005.pdf](http://www.pg.gda.pl/~mcud/publications/content/documents/IMG_2_2005.pdf)).
7. Cudny M., Pisowacki A.: Osiedlenie podłoża i obiektów budowlanych w wyniku drążenia tunelu pod Martwą Wisłą – analizy obliczeniowe i wyniki pomiarów, *Inżynieria i Budownictwo* 1, 2014, 85-90.
8. Cudny M., Vermeer P. A.: On the modelling of anisotropy and destruction of soft clays within the multi-laminate framework. *Computers and Geotechnics* 31/1, 2004, 1-22.
9. Fioravante V., Capoferri R.: On the use of multi-directional piezoelectric transducers in triaxial testing, *Geotechnical Testing Journal* 24/3, 2001, 243-255.
10. Franzius J. N.: Behaviour of buildings due to tunnel induced subsidence. Praca doktorska, Uniwersytet w Londynie, 2003.
11. Graham J., Houlsby G. T.: Anisotropic elasticity of a natural clay. *Géotechnique* 33/2, 1983, 165-180.
12. Jovićić V., Coop M.R.: The measurements of stiffness anisotropy in clays with bender element tests in triaxial apparatus. *Geotechnical Testing Journal* 21/1, 1998, 3-10.
13. Matsuoka H.: Stress-strain relationships of sands based on the mobilized plane. *Soils and Foundations*, vol. 14, 1974, 47-61.
14. Möller S. C.: Tunnel induced settlements and forces in linings. Praca doktorska, Uniwersytet w Stuttgarcie, 2006.
15. Niemunis A., Cudny M.: O teorii sprężystości w modelowaniu gruntów spoistych. *Materiały konferencyjne Jubileuszowej Sesji Naukowej, Geotechnika w Budownictwie i Inżynierii Środowiska, poświęconej 47-leciu pracy naukowej i 70-leciu urodzin, Profesora Eugeniusza Dembickiego, Politechnika Gdańska, 2000, 49-60, ([http://www.pg.gda.pl/~mcud/publications/content/documents/Sesja\\_ED\\_2000.pdf](http://www.pg.gda.pl/~mcud/publications/content/documents/Sesja_ED_2000.pdf)).*
16. Partyka E., Wpływ anizotropii stanu naprężenia oraz cech mechanicznych na odkształcenie powstające podczas drążenia tunelu metodą TBM. Praca dyplomowa magisterska. Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska, Politechnika Gdańska, 2015.
17. Peck R. B.: Deep excavations and tunnelling in soft ground. *Materiały konferencyjne: 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 225-290, Meksyk, 1969.
18. Pinto F., Whittle A. J.: Ground movements due to shallow tunnels in soft ground: 1. Analytical solutions, 2011.
19. Plaxis 2D Manual, 2015.
20. Santos J. A., Correia A. G.: Reference threshold shear strain of soils. Its application to obtain a unique strain-dependent shear modulus curve for soil. *Materiały konferencyjne 15th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Istanbul, vol. 1, Balkema, 2001, 267-270.
21. Simpson B.: Retaining structures: displacement and design, 32nd Rankine Lecture. *Géotechnique* 42/4, 1992, 541-576.
22. Vermeer P. A.: A five constant model unifying well established concepts. Gudehus i Vardoulakis (edycja), *Materiały konferencyjne Constitutive Relations of soils*, Rotterdam, Balkema, 1985, 175-197.