

Osiadanie powierzchni ograniczonej na podłożu sprężystym

Dr inż. Roman Bednarek

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Budownictwa i Architektury

W obliczeniach inżynierskich sprawdzają się tylko takie metody, które są proste i bazują na jednym lub dwóch zmiennych parametrach oraz poprawnie opisują wartości uzyskiwane w pomiarach rzeczywistych. Popularność danej metody jest związana z możliwością szybkiego jej zastosowania. Na etapie projektowania stosuje się tę metodę, która zweryfikowana wielokrotnie dawała przystające lub bardziej niekorzystne, bezpieczniejsze wyniki w stosunku do obserwowanych. Najczęściej nie zastanawiamy się czy faktycznie to, co było obliczone oddaje fizyczne cechy materiału, który opisaliśmy w obliczeniach, przyjmując jeden lub drugi model obliczeniowy. Problemy zaczynają się wówczas, gdy analizy danego problemu dokonuje się wielowariantowo. Prowadzone są obliczenia modelowe, wykonane są badania laboratoryjne, wykonywane są pomiary kontrolne, prowadzi się analizy wsteczne. Uzyskiwanie dużych różnic w tych pracach zachęca do zastanowienia się, co wnosi dana metoda obliczeniowa oraz jak należy otrzymane wyniki prawidłowo interpretować i wzajemnie porównywać. Przedstawiony problem oparto na teoretycznych rozważaniach, a inspiracją są wyniki pomiarów uzyskanych w terenie. Analizowane zagadnienia można odnosić do różnych miejsc i sytuacji, w których mamy do czynienia z przygotowaniem platform roboczych z gruntu, placów składowych i manewrowych lub postojowych o niedużej powierzchni zagospodarowania.

MODELE OBLICZENIOWE PODŁOŻA O CECHACH SPRĘŻYSTYCH

Do analizy współpracy podłoża z konstrukcją często stosuje się belkę na sprężystym podłożu, która jest jedną z chętniej stosowanych metod. Metody obliczeniowe konstrukcji na podłożu sprężystym dzieli się na dwie zasadnicze grupy: metody miejscowego odkształcenia, uwzględniające osiadanie podłoża tylko w obszarze obciążenia fundamentu oraz metody ogólnych odkształceń sprężystych, uwzględniające odkształcenia miejscowe i ogólne podłoża, które występują poza obrysem powierzchni obciążonej. W obu metodach do rozwiązania zagadnienia wykorzystuje się równanie różniczkowe osi odkształconej belki zginanej [3, 5]:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = \bar{q}_x \quad (1)$$

gdzie:

y – pionowe przemieszczenie osi obojętnej belki,

\bar{q}_x – intensywność obciążenia,

EI – sztywność belki.

lub zapisane w postaci opisującej obciążenia i reakcje podłoża:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + r_x = q_x \quad (2)$$

Równanie wyprowadzono na podstawie założeń, że składowe normalne naprężenia w przekrojach równoległych do osi belki równają się zero, a płaskie przekroje poprzeczne belki po odkształceniu pozostają nadal płaskie i są prostopadłe do wygiętej osi belki. Przez intensywność obciążeń należy rozumieć sumę wszystkich obciążeń zewnętrznych i reakcję podłoża gruntowego. Metoda miejscowych odkształceń to model składający się z belki opierającej się na szeregu niezwiązanych ze sobą sprężyn (rys. 1). W takim rozwiązaniu uwzględnia się współczynnik podatności podłoża według zależności (3). Opór jednostkowy podłoża gruntowego przypadający na jednostkę długości belki można zapisać według zależności:

$$r_x = Bky_x \quad (3)$$

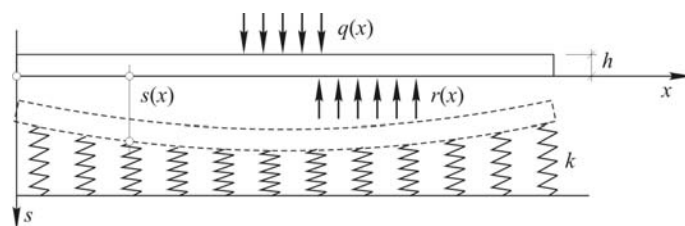
gdzie:

k – współczynnik podatności podłoża [kN/m^3],

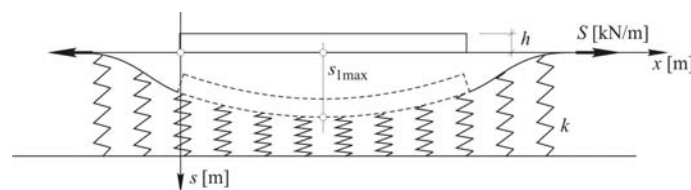
B – szerokość belki,

y_x – miejscowe osiadanie.

Metoda miejscowych sprężystych odkształceń była podana przez Winklera w 1867 roku, następnie przez Zimmermanna w 1888 roku, głównym miejscem jej wykorzystania były obliczenia odkształceń dróg kolejowych. Metoda ta jest prosta i chętnie wykorzystywana do obliczeń przez projektantów również współcześnie, stosowana do obliczenia osiadania nasypów drogowych, jak również nasypów o zadanej powierzchni; wów-



Rys. 1. Model podłoża jednoparametrowego



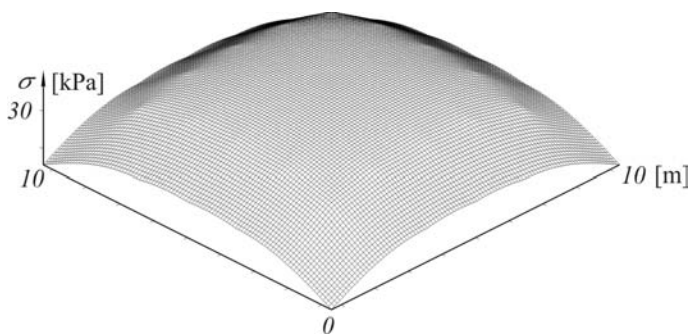
Rys. 2. Dwuparametrowy model podłoża

czas sam nasyp traktowany jest jak belka oparta na podłożu. Metoda ma jednak braki, do których przede wszystkim powstawanie odkształceń poza fundamentem; w metodzie tej podłoże osiada wyłącznie pod miejscem, gdzie pojawia się obciążenie. Bardziej rozbudowanym modelem, w którym wyeliminowano brak osiadania poza obszarem obciążenia jest model mechaniczny dwuparametrowy podłoża (rys. 2), zbudowany z wielu sprężyn pionowych połączonych w poziomie posadowienia poziomą membraną o cechach sprężystych. Dzięki wprowadzeniu membrany wszystkie sprężyny współpracują przy przeniesieniu obciążenia, dzięki temu uzyskuje się odkształcenia podłoża poza obszarem obciążenia. W modelu tym występują dwa parametry: podatność sprężysta k [kN/m³] oraz napięcie membrany S [kN/m].

Zagadnienia dotyczące rozwiązania osiadania pod obciążeniem są chętnie rozwiązywane z wykorzystaniem podłoża sprężystego. Obserwacje terenowe i doświadczenia związane z rozwiązywaniem zagadnień geotechnicznych skłania się ku rozwiązaniom bardziej powiązanych z mechaniką ośrodka rozdrobionego. Pozostając w strefie oddziaływań sprężystych, nie można zapomnieć o wzajemnym wpływie oddziaływania obciążenia przyłożonego na powierzchni, na przykład gdy będzie to obciążenie pochodzące od nasypu. W takim wypadku należy rozwiązać zagadnienie, posługując się teorią Boussinesqa [2, 5, 6]. Teoria naprężeń i odkształceń ośrodka sprężystego była rozwijana od 1885 roku. Zależność do obliczenia składowych pionowych naprężeń od powierzchni o wymiarach $B \times L$ obciążonej równomiernie można przedstawić w postaci (4). Postać ta pozwala obliczyć naprężenie w dowolnym punkcie półprzestrzeni sprężystej od obciążenia q .

$$\sigma_z(x, y, z) = \frac{3q}{2\pi z^2} \iint_0^B \frac{dx dy}{\left[1 + \frac{x^2 + y^2}{z^2}\right]^{5/2}} \quad (4)$$

Wartość naprężenia w podłożu gruntowym jest zależna od miejsca położenia siły, wielkości obszaru obciążonego i miejsca, w którym wyznaczamy naprężenie. Na rys. 3. przedstawiono jak w przestrzeni zmienia się naprężenie na głębokości $z = 6$ m pod powierzchnią obciążoną równomiernie obciążeniem 50 kPa; obliczenia przeprowadzono zgodnie z zależnością (4) w 4900 pionach obliczeniowych. W obliczeniach uwzględniono wpływ poszczególnych sił na naprężenie w każdym pionie obliczeniowym.

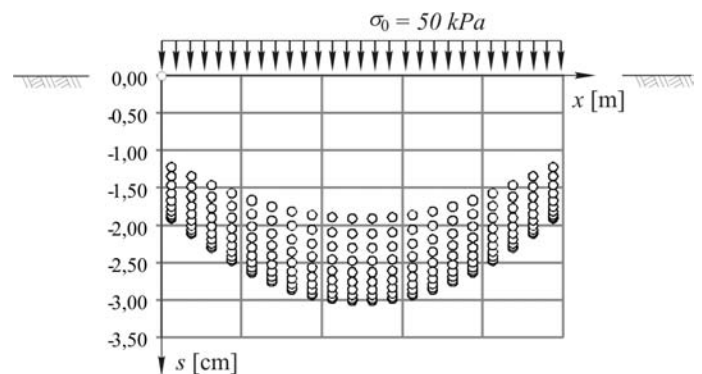


Rys. 3. Wykres naprężenia na poziomie 6 m przedstawiony w układzie przestrzennym pod powierzchnią obciążoną równomiernie

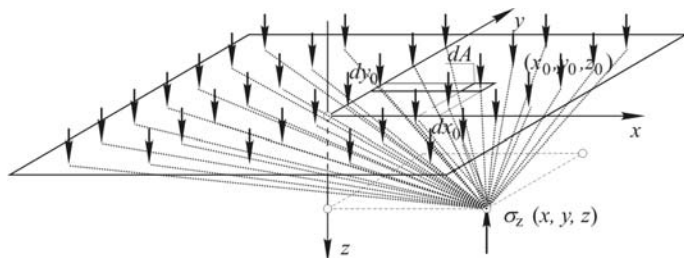
Inżynierom budownictwa powszechnie znana jest teoria punktu narożnego oraz punktu środkowego i jest najczęściej stosowaną metodą wyznaczania naprężenia w podłożu gruntowym w charakterystycznym pionie obliczeniowym w celu określenia najczęstszych największych osiadań, które dotyczą środka powierzchni obciążonej. Metoda elementarnych zastępczych sił skupionych, z których wywodzi się metoda punktu narożnego i punktu środkowego pozwala na szerszą analizę zachowania się podłoża gruntowego pod obciążeniem. Skupiając uwagę na zagadnieniach osiadania i szukając przy tym prostych schematów obciążenia, można prześledzić typowe zagadnienie osiadania warstwy gruntu pod warstwą nasypową o ograniczonym wymiarze.

Mamy często do czynienia z projektem przygotowującym dany teren do inwestycji, który wymaga wykonania nasypu wzmacniającego, przeciążającego lub roboczego, czasami polećka kontrolnego w celu nadzorowania osiadań w warunkach terenowych. Głównym zadaniem projektanta jest ocena osiadania takiego nasypu. Analizując nasyp o wymiarach do $10 \div 12$ m w przeciętnych warunkach gruntowych o poziomym układzie warstw, mamy do czynienia z niedużą zmiennością podłoża. W takim przypadku podłoże charakteryzuje się raczej mało zmiennymi parametrami, w tym również moduły odkształcenia początkowego różnią się nieznacznie. Przyjmując stałą wartość modułu odkształcenia, uzyskujemy osiadania w każdym pionie obliczeniowym proporcjonalne do naprężenia. Im większe naprężenie, tym większe obliczymy osiadania. W takim przypadku pod środkiem obszaru zaobserwujemy największe osiadania, a poza obszarem obciążenia zaobserwujemy najmniejsze osiadania. Oddalając się od środka obszaru obciążonego równomiernie, osiadania będą coraz mniejsze. Przykładowe wyniki obliczeń osiadania przy obciążeniu 50 kPa przedstawiono na rys. 4.

Obecnie prowadzone obserwacje platform roboczych na terenie Ostrowia Grabowskiego potwierdziły taką prawidłowość, która oddaje fizyczny przebieg procesu osiadania związanego z koncentracją naprężenia pod środkiem i zmniejszaniem się wpływu naprężenia, oddalając się od środka obszaru obciążonego. Teoretycznie, prowadząc w terenie obserwacje osiadania nasypów o różnych wymiarach, skupiamy się głównie nad zachowaniem się gruntu w konkretnym pionie obliczeniowym. Prowadząc analizę wsteczną, czyli na podstawie obserwowanych osiadań, można spróbować obliczyć wartość modułów odkształcenia. Okazuje się, że pomijając współdziałanie na siebie sąsiednich pionów obliczeniowych, możemy wysnuć błędne



Rys. 4. Wyniki osiadania warstwy poddanej obciążeniu $\sigma_0 = 50$ kPa rozłożonemu na powierzchni $B \times L = 10 \times 10$ m



Rys. 5. Schematyczny przebieg postępowania przy prawidłowej analizie osiadania pod obciążeniem z nasypów o ograniczonym wymiarze w przestrzeni

wnioski o wartości tych modułów. Prezentowane zagadnienie dotyczy również metod obliczania podłoża sprężystego, w którym do uzyskania zgodności z pomiarami w rzeczywistości wymaga wprowadzenia zmiennych współczynników podatności podłoża lub sztywności belki zastępczej, zamieniając warstwę nasypową na belkę o pewnej sztywności zmiennej na całej długości. Należy jednak pamiętać, że są to sztucznie wprowadzone wartości i nie oddają one fizycznych cech podłoża gruntowego, to znaczy nie można ich porównać z wartościami otrzymywanymi w warunkach laboratoryjnych. Będą one znacząco odbiegały od wartości uzyskiwanych w warunkach laboratoryjnych, gdzie podlegają one jedynie obciążeniu pod idealnie sztywnym tłoczkiem.

W celu uzyskania właściwego rozwiązania dla powierzchni obciążonej nasypem z gruntu należy opisać naprężenie metodą elementarnych zastępczych sił skupionych zgodnie z modelem Boussinesqa według zależności (4). Stosując z powodzeniem wzór Fröhlichia [4], w którym współczynnik koncentracji naprężenia odpowiada rodzajowi podłoża gruntowego, można poprawić wyniki obliczeń w różnych rodzajach tego podłoża. Odwracając zagadnienie, w celu poszukiwania parametrów podłoża gruntowego na podstawie rzeczywistych pomiarów osiadania powierzchni, trzeba w miejscu prowadzonych pomiarów wyznaczyć wartości naprężenia według zależności (4), (rys. 5); następnie mając wyniki kilku pomiarów w różnych punktach, obliczyć metodą najmniejszych kwadratów wartość poszukiwanego modułu odkształcenia. Do osiadań dotyczących ośrodków sprężystych z powodzeniem można skorzystać z równania:

$$\delta^2 = \min \left(s_i^{pom} - \frac{\sigma_i \cdot H}{M_{po}} \right)^2 \quad (5)$$

gdzie:

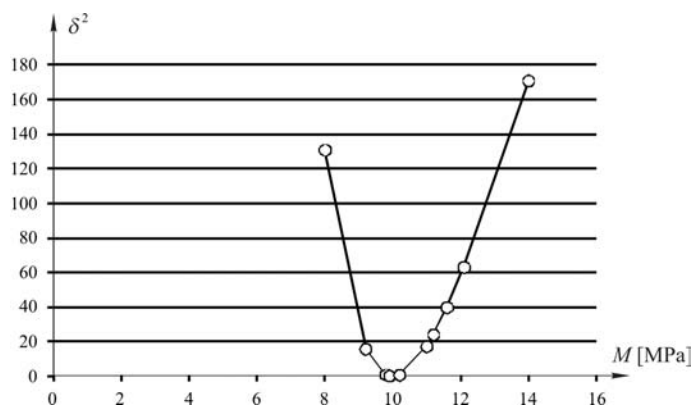
s_i^{pom} – osiadanie pomierzone,

σ_i – naprężenie w danym pionie obliczeniowym w miejscu pomiaru osiadania według metody elementarnych zastępczych sił skupionych,

H – miąższość warstwy poddanej obciążeniu,

M_{po} – poszukiwany moduł odkształcenia.

Uzyskany w ten sposób moduł odkształcenia (rys. 6) będzie bliższy fizycznym cechom podłoża gruntowego niż ten dopasowywany do modeli belki na sprężystym podłożu. Samo podejście obliczeniowe może być bardziej skomplikowane, ponieważ wymaga większego nakładu obliczeniowego. Jednak metoda zdecydowanie lepiej przystaje do fizycznego przebiegu zjawiska. Daje mechanizm pozwalający, dla warstwy o podobnych parametrach odkształcalności, uwzględnić różnice osiadań obserwowane między poszczególnymi punktami na platformach wykonanych w postaci nasypu o ograniczonej powierzchni.



Rys. 6. Wyniki poszukiwanej wartości modułu odkształcenia

WNIOSKI

W pracy przedstawiono krótką charakterystykę trzech modeli obliczeniowych osiadania, odkształcenia podłoża gruntowego pod obciążeniem. Nakreślono problem dotyczący wstecznego parametryzowania podłoża gruntowego w zakresie modułów odkształcenia, które miałyby obrazować właściwe fizyczne cechy gruntu. Wielkości te są istotne i niezbędne do dalszego projektowania, na przykład terenów częściowo poddanych przeciążeniu.

Prace analityczne i obliczeniowe osiadania warstwy podłoża gruntowego obciążonego wymaga uwzględnienia wpływu wzajemnego wszystkich obciążeń na danym terenie, jedynie takie podejście prowadzi do właściwych rozwiązań. Obliczenia można prowadzić różnymi metodami, ale trzeba to robić z pełną świadomością wprowadzanych uproszczeń. Nie zawsze rozwiązania uzyskane na etapie obliczeń według danej metody oddają fizyczne cechy osiadających warstw pod obciążeniem, stąd zdarza się dyskusja na temat parametrów podłoża stosowanych i dopasowywanych na etapie obliczeń z uzyskiwanymi w badaniach laboratoryjnych. Podejście obliczeniowe z wykorzystaniem teorii Boussinesqa ma większy sens fizyczny niż podejście z zastosowaniem belki na sprężystym podłożu. Projektanci zajmujący się projektowaniem fundamentów i nasypów powinni być świadomi popełnianych błędów w obliczeniach. Przede wszystkim do nasypów, podłoża gruntowego powinni wybierać metody oparte na uwzględnieniu oddziaływania od całego obszaru obciążonego, a nie tylko analizować jeden pion obliczeniowy. Szczególnie gdy dotyczy to analizy wstecznej, w której na podstawie otrzymanych wyników w terenie wnioskujemy o modułach odkształcalności podłoża.

LITERATURA

1. Dembicki E., Tejchman A.: Wybrane zagadnienia fundamentowania budowli hydrotechnicznych. PWN, Warszawa 1981.
2. Lambe W., Whitman R.: Mechanika gruntów. Arkady, Warszawa 1977.
3. Meyer Z.: Obliczenia inżynierskie osiadania fundamentów. Wydawnictwo PPH Zapol, Szczecin 2012.

4. Meyer Z., Bednarek R.: Influence of stress concentration in Fröhlich's formula upon calculating the settlement of weak soil in stratified soil. 12 European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Amsterdam, June 1999.
5. Rossiński B. i inni: Fundamenty, projektowanie i wykonawstwo. Praca zbiorowa pod redakcją B. Rossińskiego, Arkady, Warszawa 1976.
6. Rossiński B.: Mechanika Gruntów. Warszawa 1978.
7. Wiłun Z.: Zarys Geotechniki. WKiŁ, Warszawa 2000.