

Zmienność współczynnika podatności podłoża pod płytą fundamentową

Mgr inż. Magdalena Olszewska

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Budownictwa i Architektury

Do analiz zagadnień geotechnicznych coraz częściej są wykorzystywane programy komputerowe. Umożliwiają one modelowanie dowolnych zachowań gruntu przy skomplikowanych obciążeniach. Wynika to z możliwości wykonania analizy różnych zagadnień i problemów inżynierskich w różnych fazach obciążenia. W programach komputerowych do obliczeń konstrukcji, aby uwzględnić współpracę budowli z podłożem, jest stosowany współczynnik podatności podłoża. Dzięki niemu, wykorzystując oprogramowanie, można określić rozkład naprężeń w powierzchni kontaktowej płyty fundamentowej z gruntem [4, 6, 7, 9, 10].

NAPRĘŻENIA NA POWIERZCHNI KONTAKTOWEJ PŁYTY FUNDAMENTOWEJ Z GRUNTEM

Podczas projektowania dużych płyt fundamentowych przyjmuje się, że reakcja gruntu w poziomie posadowienia płyty fundamentowej ma rozkład liniowy. Takie założenie jest dyskusyjne, ponieważ pod wpływem obciążenia naprężenia w powierzchni kontaktowej płyty są wyraźnie nieliniowe. Związek

naprężenia i odkształcenia w gruncie ma charakter nieliniowy. Pod krawędziami płyty podłoże gruntowe łatwiej się poddaje i naprężenia są mniejsze. Skutkuje to zmianą rozkładu naprężeń w poziomie posadowienia. Rozkład naprężeń w gruncie w poziomie posadowienia zależy od parametrów gruntowych, wartości obciążenia (naprężeń) i wymiarów fundamentu. Przy zmniejszeniu nacisku na grunt naprężenia wzrastają coraz bardziej do środka pod fundamentem, krzywa naprężeń przyjmuje kształt paraboli, dlatego osiadanie środkowej części płyty jest większe, niż w narożach. Określenie oddziaływania gruntu na fundament jest istotne przy analizie osiadania fundamentu [1, 2, 5, 8, 12].

WSPÓŁCZYNNIK PODATNOŚCI PODŁOŻA

Określenie zachowania się obciążonego gruntu jest złożone i dlatego w praktyce stosuje się uproszczenia. Jako model fizyczny gruntu przyjęto jednoparametrowy, złożony z niezależnych sprężyn, tzw. model Winklera-Zimmermanna. Jednoparametrowy model podłoża gruntowego dotyczy obliczeń

fundamentów sztywnych. W tym modelu podłoże gruntowe jest przedstawione jako zbiór sprężyn, które są ustawione pionowo na nieodkształcalnej płaszczyźnie poziomej. Model ten reprezentuje właściwości gruntu, które wpływają na ściśliwość podłoża. W celu otrzymania rozkładu naprężeń, należy wprowadzić odpowiednio współczynnik podatności podłoża k_s [2, 3].

Konstrukcyjne programy obliczeniowe do obliczeń płyt fundamentowych oparte są na równaniu płyty. Ma ono postać następującą [3]:

$$D\nabla^4 w(x, y) = q(x, y) - r(x, y) \quad (1)$$

gdzie:

- w – ugięcie płyty, równe jej osiadaniu ($w = s$),
- q – obciążenie płyty (naprężenia),
- r – reakcja podłoża (naprężenia),
- D – sztywność giętna płyty wyrażona wzorem:

$$D = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \frac{h^3}{12} \quad (2)$$

gdzie:

- E – moduł odkształcenia materiału płyty,
- h – wysokość płyty,
- ν – współczynnik Poissona materiału płyty.

Współczynnik podatności podłoża gruntowego ma na celu określenie wzajemnej reakcji podłoża i konstrukcji, przez nacisk wywierany na grunt przez płytę fundamentową, która osiada. Zależność tą przedstawia się następująco [12]:

$$\sigma_0 = k_s \cdot s \quad (3)$$

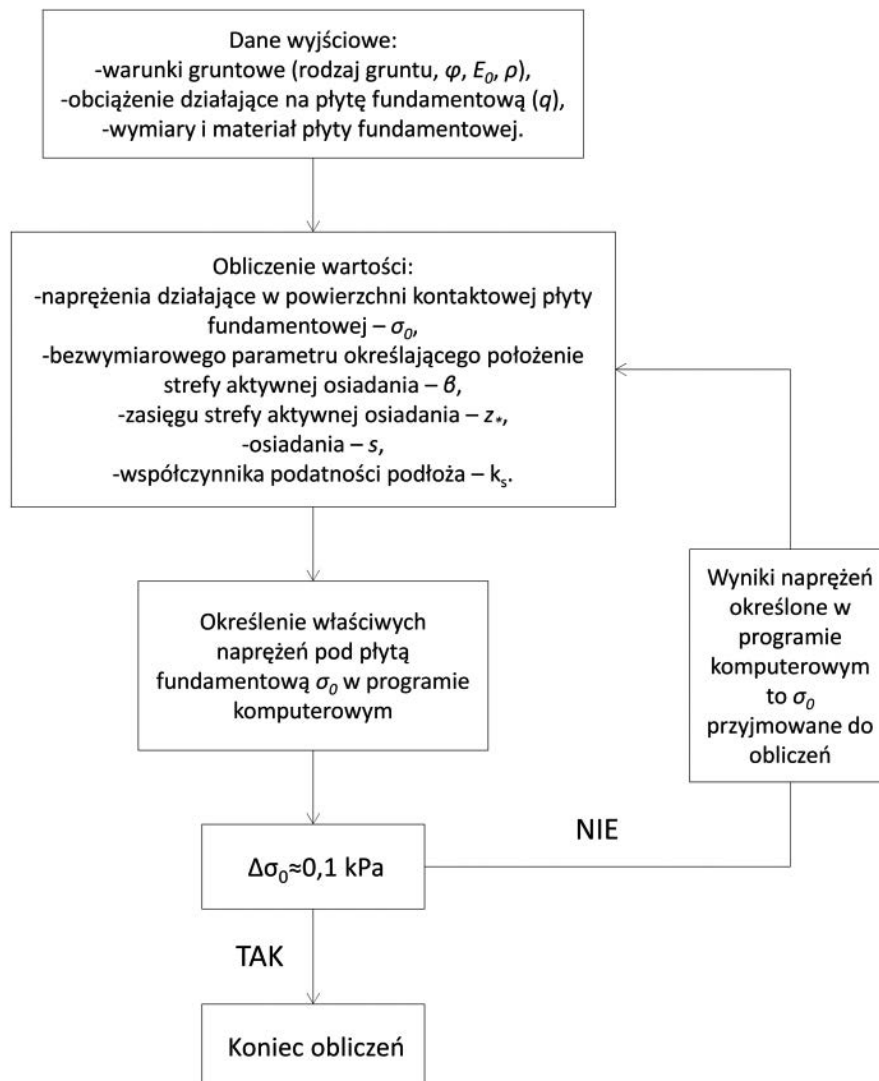
gdzie:

- σ_0 – naprężenia przyłożone do podłoża gruntowego,
- k_s – współczynnik podatności podłoża,
- s – osiadanie gruntu pod fundamentem.

Współczynnik podatności podłoża k_s jest nazywany również współczynnikiem reakcji podłoża. Określa się go jako nacisk jednostkowy powodujący osiadanie obciążonego miejsca o 1 cm [1, 2, 3, 12]. W literaturze [1, 8, 9, 10, 11], jak również w zbliżonych przypadkach stosowanych w praktyce, zakłada się $k_s = \text{const}$. Można zauważyć, że współczynnik podatności podłoża jest zależny od modułu odkształcenia gruntu E_0 oraz od naprężeń przyłożonych do podłoża gruntowego.

$$k_s = f(\sigma_0, E_0) \quad (4)$$

W literaturze podaje się następująca zależność do obliczenia k_s [5, 6]:



Rys. 1. Algorytm metody kolejnych iteracji w celu określenia naprężeń w powierzchni kontaktowej

$$k_s = \frac{E_0}{z_*} \quad (5)$$

gdzie:

z_* – głębokość, do której występuje osiadanie gruntu [5, 6] liczone według wzoru:

$$z_* = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \phi} \frac{1}{\ln \left(\frac{E_0}{\sigma_0} \right)} \frac{\sigma_0}{\gamma} \quad (6)$$

Programy komputerowe wykorzystują do obliczeń jednoparametrowy model podłoża, w którym wymaga się podania współczynnika podatności podłoża k_s . Przy projektowaniu płyt w programach komputerowych zakłada się, że k_s jest stałe. Przemieszczenia pionowe podłoża gruntowego odpowiadają ugięciu płyty [3, 5, 6].

METODA KOLEJNYCH ITERACJI

Uwzględnienie faktu, że $k_s = f(\sigma)$, może być wykorzystane w metodzie kolejnych iteracji. W programach komputerowych do projektowania konstrukcji grunt jest modelowany za pomocą zestawu sprężyn, czyli jest stosowany jednoparametrowy model podłoża Winklera. Stała Winklera k_w w takim przypadku ma postać:

$$k_w = k_s A \quad (7)$$

gdzie:

A – powierzchnia jednostkowego pola wynikającego z podziału całej powierzchni na elementy skończone.

Programy obliczeniowe pozwalają na uzmiennienie współczynnika k_s . Należy jednak wprowadzić go jako wartość zadaną. W celu uzmiennienia wartości k_s oraz uzyskać wartości naprężeń w powierzchni kontaktowej zaproponowano metodę kolejnych iteracji. Metodą tą są wykonywane obliczenia do uzyskania błędu mniejszego od założonego, np. 0,1 kPa w przypadku obliczonych naprężeń w powierzchni kontaktowej. W celu określenia wartości naprężeń pod podstawą płyty fundamentowej metodą

kolejnych iteracji można posłużyć się komercyjnymi programami komputerowymi na podstawie obliczeń wykonywanych bieżąco dla każdej iteracji.

Programu komputerowego w metodzie kolejnych iteracji używa się jako narzędzia do obliczania naprężeń w powierzchni kontaktowej, które posłużą do uzmiennienia współczynnika podatności podłoża, a także określenia osiadania fundamentu. Algorytm użycia metody kolejnych iteracji przedstawiono na rys. 1.

PRZYKŁAD OBLICZENIOWY WYKORZYSTANIA METODY KOLEJNYCH ITERACJI

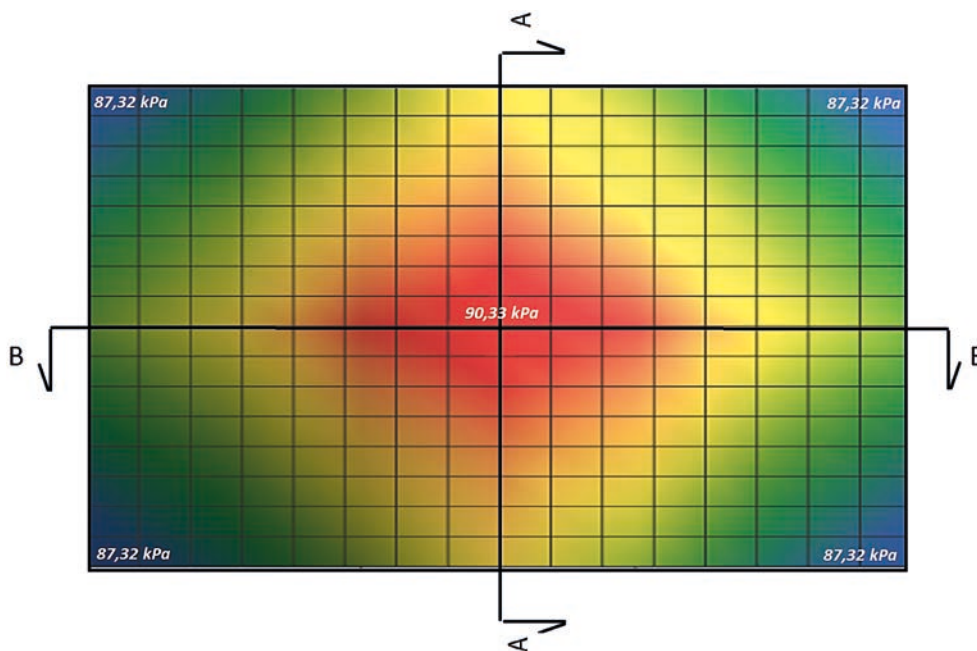
W celu określenia rozkładu naprężeń założono płytę fundamentową żelbetową o wymiarach 40×60 m i grubości 80 cm, posadowioną na piasku średnim, luźnym, wilgotnym, o gęstości objętościowej $1,8 \text{ t/m}^3$, kącie tarcia wewnętrznego $31,8^\circ$ i module odkształcenia gruntu $E = 55\,673 \text{ kPa}$. Założono, że na płytę działa obciążenie równomiernie rozłożone $q = 75 \text{ kPa}$.

W pierwszej iteracji naprężenia σ_0 działające na podłoże gruntowe przyjmujemy jako średnie, wynoszące 95 kPa. Osiadanie s wyznaczone przy tych naprężeniach i głębokości z_* równej 5,83 m obliczonej według wzoru (6) ma wartość 0,99 cm. Dla podanych wartości współczynnik podatności podłoża w pierwszej iteracji wynosi:

$$k_s = \frac{E_0}{z_*} = \frac{55673}{5,83} = 9549,39 \text{ kN/m}^3 = 9,55 \text{ MN/m}^3$$

Określenie naprężeń pod płytą fundamentową w programie komputerowym

W programie zamodelowano płytę fundamentową jako konstrukcję objętościową. Do płyty przyłożono obciążenie równomiernie rozłożone na całej powierzchni. Zamodelowano na niej



Rys. 2. Mapa naprężeń w powierzchni kontaktowej fundamentu z podłożem gruntowym

siatkę elementów skończonych. Do określenia naprężeń wykorzystano tylko węzły w podstawie fundamentu. Do podstawy płyty przyłożono podporę sprężystą powierzchniową o wyliczonym wcześniej współczynniku podatności podłoża.

Na podstawie otrzymanych wartości naprężeń z pierwszej iteracji uzmienniono współczynnik podatności podłoża k_s w węzłach podstawy fundamentu, obliczając go w przypadku uzyskanego rozkładu naprężeń pod płytą. Dla tak określonego k_s przeprowadzono ponownie obliczenia $\sigma(x, y)$ pod płytą. W analogiczny sposób wykonano kolejne iteracje. W praktyce wystarczająco często trzy iteracje.

Mapę naprężeń otrzymanych w wyniku ostatniej iteracji przedstawiono na rys. 2.

ANALIZA WYNIKÓW

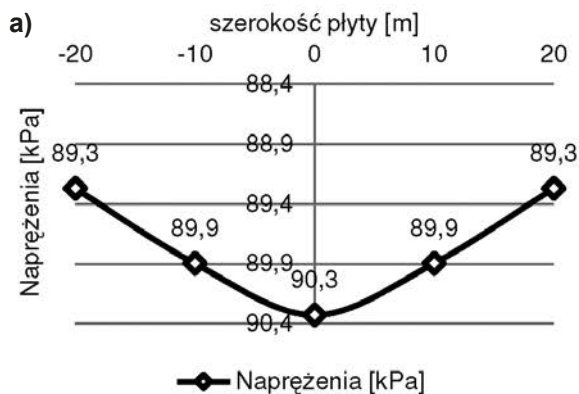
W wyniku wykonanych iteracji otrzymano wartości naprężeń, jakie działają w podstawie płyty fundamentowej. Z obliczeń otrzymujemy rozkład σ_0 w powierzchni kontaktowej (rys. 2). Na podstawie tego rozkładu można obliczyć osiadanie w poszczególnych węzłach według wzoru (3). W tabl. 1 zestawiono wartości średnie, maksymalne i minimalne osiadań w poszczególnych iteracjach.

Tabl. 1. Wartości średnie, maksymalne, minimalne osiadań poszczególnych iteracji

	Iteracja 1 s [cm]	Iteracja 2 s [cm]	Iteracja 3 s [cm]
Wartość średnia	0,995	0,873	0,884
Wartość maksymalna	0,995	0,877	0,895
Wartość minimalna	0,995	0,864	0,867

Różnice osiadań mają wartość setnych części milimetra. Wartości minimalne są zawsze na krawędzi płyty, a maksymalne w środku, czyli tam, gdzie występują najmniejsze i największe wartości naprężeń pod płytą na powierzchni kontaktowej. Stosunek wartości minimalnej do maksymalnej osiadań z trzeciej iteracji wynosi:

$$\frac{s_{\min}}{s_{\max}} = \frac{0,867}{0,895} = 0,97$$



Wyniki naprężeń otrzymanych po wykonaniu trzeciej iteracji można przyjąć za zbliżone do wartości szukanych, a wartość średnią można przyjąć jako reprezentatywną dla całej płyty. Różnica między średnią wartością naprężeń w powierzchni kontaktowej płyty z gruntem w wyniku drugiej i trzeciej iteracji wynosi:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_0 &= \sigma_0^{ITERACJA2} - \sigma_0^{ITERACJA3} = \\ &= 89,956 - 89,899 = 0,06 \text{ kPa} < 0,1 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Różnica potwierdza zasadność wykonania trzech iteracji w celu uzyskania błędu mniejszego niż założony (0,1 kPa).

Wartości minimalne naprężeń otrzymano w narożach płyty, natomiast maksymalne w środku. Rozkład naprężeń w osiach przechodzących przez środek płyty przedstawiono na rys. 3. Pokazane wykresy są zbliżone do rzeczywistego rozkładu naprężeń w osi środkowej podstawy płyty fundamentowej.

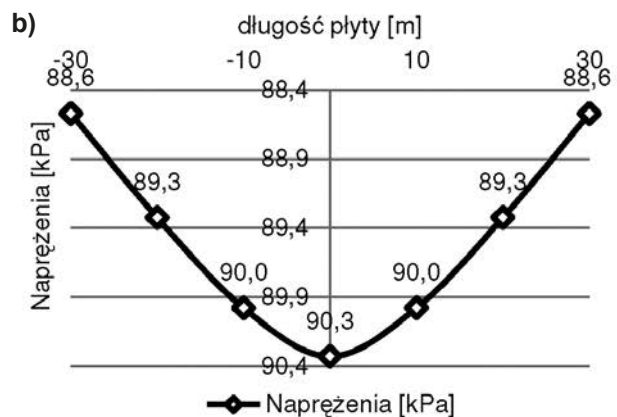
Im mniejszy element w siatce, tym wyniki są dokładniejsze. W obliczeniach założono, że k_s zmieniają swoją wartość pod wpływem przyłożonego obciążenia. W analizie założono, że E_0 ma wartość stałą, co może wpływać na taki stan naprężeń. Dlatego też przedstawione rozwiązanie jest tylko kolejnym przybliżeniem sytuacji rzeczywistej.

W przedstawionym przykładzie obliczeniowym naprężenia są liczone tylko w płaszczyźnie konstrukcja-grunt. Obciążenie wpływa także na podłoże gruntowe znajdujące się obok konstrukcji. Natomiast grunt obok konstrukcji wpływa na wartości naprężeń i nośność gruntu pod konstrukcją. Brak rozważań globalnych ma wpływ na otrzymywane wyniki. W metodzie tej nie uwzględniono zjawisk reologicznych gruntu (pęcznienie, konsolidacja, płynięcie gruntu), które pokazują rzeczywistą sytuację podłoża gruntowego. Stworzony model w programie i otrzymane wyniki naprężeń metodą kolejnych iteracji są tylko przybliżeniem rzeczywistej sytuacji.

WNIOSKI

Współczynnik podatności podłoża k_s zależy od naprężeń σ , kąta tarcia wewnętrznego ϕ i modułu odkształcenia gruntu E_0 . Wartości te wpływają na zmienność współczynnika k_s .

Uwzględniając zmienność współczynnika k_s , można określić wartość naprężeń w powierzchni kontaktowej płyty fundamen-



Rys. 3 Wartości naprężeń na powierzchni kontaktowej płyty a) w przekroju A-A, b) w przekroju B-B

towej z gruntem. W celu określenia naprężeń należy uzmiennić współczynnik k_s , posługując się metodą kolejnych iteracji.

Wykorzystując podpory sprężyste, reprezentowane przez k_s , do modelowania podłoża, jest możliwe określenie naprężeń w gruncie w programach komputerowych służących do analizy konstrukcji.

Analizy, podczas których wykorzystuje się programy komputerowe oparte na jednoparametrowym modelu podłoża Winklera, są przybliżeniem sytuacji rzeczywistej. Program, określając naprężenia na powierzchni kontaktowej, bierze pod uwagę rozciąganie w sprężynach, nie uwzględniając ciągłości podłoża (każda podpora jest analizowana osobno), a obliczenia wykonywane są tylko w płaszczyźnie konstrukcja – grunt, czyli przy stateczności lokalnej. Analiza tą metodą nie uwzględnia zjawisk reologicznych gruntu, które pokazują rzeczywistą sytuację podłoża gruntowego. Do wyników należy podchodzić ostrożnie. Otrzymane wyniki naprężeń metodą kolejnych iteracji są tylko przybliżeniem rzeczywistej sytuacji.

Na podstawie otrzymanych przybliżonych wyników można wybrać metodę kontroli nośności gruntu lub osiadań obiektu. Wyniki mogą służyć również do określenia szacunkowej wartości osiadań obiektu.

LITERATURA

1. Biernatowski K.: Fundamentowanie. PWN, Warszawa 1984.

2. Dembicki E., Biernatowski K., Dzierżawski K., Wolski J.: Fundamentowanie. Projektowanie i wykonawstwo. Tom 1. Arkady, Warszawa 1987.
3. Dembicki E., Biernatowski K., Rossiński B., Sułocki J., Rossman J., Rzepka J., Hera E.: Fundamentowanie. Projektowanie i wykonawstwo. Tom 2. Arkady, Warszawa 1988.
4. Makówka J.: Analiza numeryczna przestrzennego rozkładu stanu naprężenia w otoczeniu typowych układów krawędzi eksploatacji zawałowej za pomocą metody elementów odrębnych, Warsztaty 2010 z cyklu „Zagrożenia naturalne w górnictwie”, Mat. Symp., Hucisk 2010, 165-179.
5. Meyer Z.: Obliczenia inżynierskie osiadania fundamentów. Wyd. ZAPOL, Szczecin 2012.
6. Meyer Z., Szmeczel G.: Uwagi do obliczania osiadania dużych płyt fundamentowych. Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 2/2012.
7. Olszewska M.: Analiza współpracy płyty fundamentowej i pali, Praca magisterska, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Budownictwa i Architektury, Szczecin 2015.
8. Pisarczyk S.: Fundamentowanie dla inżynierów budownictwa wodnego, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2012.
9. Siemińska-Lewandowska A.: Głębokie wykopy Projektowanie i wykonawstwo, WKŁ, Warszawa 2016.
10. Świeca M.: Zasady projektowania geotechnicznego w nawiązaniu do Eurokodu 7 z zastosowaniem programów numerycznych, ITB, Warszawa 2011.
11. Tsudik E.: Analysis of Structures on Elastic Foundation, J. Ross Publishing, Plantation 2012.
12. Wiłun Z.: Zarys geotechniki. WKŁ, Warszawa 2010.