Obliczanie przebudowy profilu wydmy wywołanej huraganem – wstępne wyniki

Dr inż. Piotr Szmytkiewicz, dr hab. inż. Marek Szmytkiewicz, dr inż. Jan Schönhofer, mgr inż. Michał Morawski Instytut Budownictwa Wodnego Polskiej Akademii Nauk w Gdańsku

Jedną z podstawowych informacji koniecznych do planowania przyszłych inwestycji, zarówno z punktu widzenia ochrony brzegów morskich, jak i oceny stopnia zagrożenia powodzią morską zaplecza brzegu, jest ocena wielkości stopnia rozmycia wydmy oraz możliwości jej całkowitego przerwania w warunkach sztormowych. W tym celu opracowano szereg modeli zarówno analitycznych, jak i numerycznych. Wszystkie te modele, a w szczególności rozwiązania analityczne, wymagają zastosowania znacznych uproszczeń w opisie procesów fizycznych mających miejsce w trakcie niszczenia wydmy.

Istnieją dwa klasyczne podejścia do oceny oddziaływania fal sztormowych na wydmy, to jest:

- podejście oparte na koncepcji tak zwanego profilu równowagi [10, 11, 28],
- podejście oparte na koncepcji tak zwanego uderzenia fali (*wave impact*) [14, 15, 16].

Poniżej pokrótce przedstawiono założenia teoretyczne obu tych podejść.

STAN WIEDZY

Profil równowagi

Począwszy od lat sześćdziesiątych XX wieku opracowano szereg analitycznych modeli opisujących erozję wydmy. Do najbardziej znanych należą między innymi: [4, 5, 7, 9, 11, 28].

Bruun [4] zaproponował metodę oszacowania cofania się brzegu w funkcji wzrostu poziomu morza opartego o koncepcję profilu równowagi. Zgodnie z tą koncepcją przy dostatecznie długim oddziaływaniu wysokiego poziomu wody profil poprzeczny brzegu zostanie skorygowany. Profil cofnie się w kierunku lądu, przy czym wyerodowana objętość materiału będzie odłożona na profilu w taki sposób, aby w nowo powstałym profilu równowagi zostało spełnione równanie zachowania masy. Przy takim podejściu poziome zmiany położenia brzegu są wprost proporcjonalne do wzrostu poziomu wody.

Edelman [7] rozwinął model Bruuna. Końcowe równania wymagały uprzedniego określenia szerokości aktywnej profilu, głębokości w miejscu załamywania się fal przed i w trakcie sztormu, wysokości wydm w stosunku do średniego poziomu morza. W modelu Edelmana wymagane było jedynie, obok znajomości profilu batymetryczno-tachimetrycznego, zadanie parametrów falowania na głębokiej wodzie oraz wysokości spiętrzenia sztormowego w strefie brzegowej.

Dean i Maurmeyer [5] przedstawili model, w którym wyznaczana była bezwymiarowa wielkość cofnięcia się brzegu w funkcji wysokości spiętrzenia sztormowego i głębokości w miejscu załamywania się fal. Podstawowa różnica pomiędzy tym a poprzednimi modelami polegała na tym, że te wcześniejsze zakładały gwałtowny (natychmiastowy) wzrost poziomu morza i profilu równowagi powstającym znacznie później. W rezultacie odmorska krawędź profilu batymetrycznego w poprzednich modelach przyjmowała kształt pionowy, zaś w omawianym modelu jest on zbliżony do trójkątnego. Vellinga [28] rozwinął i udoskonalił to podejście, a Van de Graaff [27] dostosował je do probabilistycznego projektowania wymaganych wysokości wydm na brzegu holenderskim.

Cechą charakterystyczną wszystkich tych modeli jest założenie, że wzrost poziomu morza następuje w chwili t = 0 i pozostaje stały podczas całego sztormu. Materiał wyerodowany z wydmy jest odkładany w profilu batymetrycznym w sąsiedztwie załamania fali, które ma miejsce przy średnim poziomie wody. Większość modeli zakładała także, że cofające się czoło wydmy przyjmuje pionowy kształt, a profil batymetryczny zmierza do osiągnięcia nowego kształtu profilu równowagi. W rzeczywistych warunkach zmiany morfologiczne są wolniejsze od zmian hydrodynamicznych, a czas trwania sztormu rzadko jest na tyle długi, żeby dla warunków sztormowych wytworzył się w okresie jego trwania nowy profil równowagi. W praktyce oznacza to, że modele te zawyżają obliczane wielkości erozji wydmy w stosunku do rzeczywistej.

Podejściem, które obrazuje zastosowanie profilu równowagi do obliczania abrazji wydmy jest model *DUNE*. Model *DUNE* [6] oblicza przebudowę profilu poprzecznego brzegu rozciągającego się od głębokiej wody aż do zaplecza wydmy dla zadanych wysokości fali znacznej w warunkach sztormowych, prędkości opadania ziaren osadu w nieruchomej wodzie. Kształt profilu równowagi jest wyznaczany z formuł empirycznych, których geneza leży w doświadczeniu autorów z wieloletnich obserwacji rzeczywistych zniszczeń posztormowych, a nie w przyczynowo-skutkowej kolejności oddziaływań fal, poziomów wody, prędkości przepływów wody, transportu rumowiska, to znaczy rozwiązania układu równań zachowania masy, energii i pędu.

W trakcie obliczeń profilu końcowego (posztormowego) wszędzie tam, gdzie profil początkowy ma większe głębokości niż profil równowagi, przegłębienia te są zasypywane do poziomu profilu równowagi materiałem pochodzącym z erozji z punktów położonych powyżej przegłębienia (po stronie odbrzegowej). Obliczony profil końcowy jest połączeniem profilu początkowego i profilu równowagi tak, że w każdym miejscu jest on płytszy lub równy profilowi równowagi.

Podstawowe założenia modelu:

- podczas sztormu i towarzyszącego mu spiętrzenia sztormowego profil brzegowy przebudowuje się do pewnego określonego profilu równowagi, rozmywając wydmę,
- kształt profilu równowagi jest funkcją wysokości fali i prędkości opadania ziaren osadów w nieruchomej wodzie,

- kształt profilu równowagi nie zależy od kąta podchodzenia fali, od kształtu profilu początkowego i od rzeczywistego wezbrania sztormowego,
- erodowany osad przemieszcza się tylko w stronę morza,
- obliczony końcowy kształt profilu w kierunku poprzecznym do brzegu jest taki, żeby bilans materiału wymytego i odłożonego zerował się na całej jego długości.

W obliczeniach erozji wydmy założono, że po zakończeniu przebudowy profilu podstawa wydmy znajduje się na rzędnej równej poziomowi wezbrania sztormowego, a odbrzegowy stok wydmy ma nachylenie 1:1. Poprzez podstawę wydmy rozumie się punkt, gdzie strome zbocze wydmy przechodzi w łagodne nachylenie plaży.

Jako początek układu współrzędnych przyjęte jest końcowe położenie podstawy wydmy. Kształt profilu erozyjnego jest obliczany z empirycznej zależności:

$$\frac{7.6}{H_s}y = 0.4714 \left\{ \left(\frac{7.6}{H_s}\right)^{1.28} \left(\frac{w}{0.0268}\right)^{0.56} x + 18 \right\}^{0.5} - 2.00 \quad (1)$$

gdzie:

- H_s wysokość fali znacznej na głębokiej wodzie [m],
- w prędkość opadania ziaren dla wody morskiej w warunkach spokoju [m/s],
- x odległość od podstawy wydmy (końcowe położenie) [m],
 y głębokość poniżej poziomu wezbrania sztormowego (w obliczeniach przyjmowana jako wartość dodatnia) [m].

Powyższe obliczenia są wykonywane do punktu o współrzędnych:

$$x = 250 \left(\frac{H_s}{7,6}\right)^{1,28} \left(\frac{0,0268}{w}\right)^{0,56}$$
(2a)

$$y = 5,717 \left(\frac{H_s}{7,6}\right) \tag{2b}$$

Po przekroczeniu tego punktu profil batymetryczny jest opisywany linią prostą o nachyleniu 1:12,5 aż do przecięcia się z rzeczywistym profilem początkowym. Prędkość opadania ziaren w jest wyznaczana z zależności:

$$\log_{10}\left(\frac{1}{w}\right) = 0,476\left(\log_{10}D\right)^2 + 2,180\log_{10}D + 3,226 \quad (3)$$

gdzie:

 $D - \text{średnica } D_{50} \text{ piasku z wydmy [m]}.$

Generalną zasadę obliczania erozji wydmy w modelu *DUNE* pokazano na rys. 1.

Kolejność obliczeń jest następująca:

- a) początek osi OX układu profilu erozyjnego należy umieścić na poziomie wezbrania sztormowego, przy czym poziom wezbrania sztormowego należy przyjąć spoza strefy załamania fali,
- b) obliczyć profil erozyjny wedlug formuły (1),
- c) ustalić nowe położenie podstawy wydmy (początek osi OX) tak, aby różnica pól powierzchni profilu początkowego i profilu erozyjnego na odcinku od nowego płożenia stopy wydmy (początku układu współrzędnych) do przecięcia się z początkowym profilem poprzecznym spełniała warunek:

$$x \ge 250 \left(\frac{H_s}{7,6}\right)^{1.28} \left(\frac{0,0268}{w}\right)^{0.56} = 0$$
(4)

d) w sytuacji, gdy profil erozyjny często przecina się z profilem początkowym, konieczne jest wprowadzenie dodatkowych reguł alokacji materiału zgodnie z zasadą, że osad może przemieszczać się wyłącznie w stronę morza, to znaczy przegłębienia muszą być zasypywane materiałem nadmiarowym pochodzącym z punktów położonych możliwie blisko przegłębienia, ale od strony lądu.

Model *DUNE* jest prostym modelem, który w znacznie uproszczony sposób opisuje złożone procesy erozji wydmy w warunkach rzeczywistych.

Dokładność obliczonej erozji wydmy można określić poprzez wyznaczenie odchylenia standardowego ilości piasku wymytego z powierzchni wydmy powyżej poziomu wezbrania



sztormowego. Zakładając, że odchylenie to ma rozkład normalny wokół zera, można opisać je wzorem:

$$\sigma_{A} = 0, 1A + 20 \, [\text{m}^{3} / \text{m}] \tag{5}$$

gdzie:

A – ilość piasku wymytego z wydmy powyżej poziomu wezbrania sztormowego.

Wielkość popełnianych błędów w modelu *DUNE* zależy od kilku czynników:

- dokładności danych wejściowych do modelu zmierzenie profili batymetryczno-tachimetrycznych tuż przed i po sztormie, co w rzeczywistości jest niezwykle trudne do wykonania,
- zmienność parametrów falowania i poziomów wody podczas trwania sztormu – trudno jest wybrać odpowiednie wysokości fali znacznej i spiętrzenia sztormowego charakteryzujących przebieg całego sztormu,
- założenie o spełnieniu bilansu piasku erodowanego i odkładanego w jednym profilu jest nieprawdziwe – w rzeczywistości zasadę zachowania masy należy rozszerzyć na kierunek wzdłużbrzegowy.

Uderzenie fali

Odmienne podejście do opisu erozji wydmy przedstawili Fisher i Overton [8] oraz Nishi i Kraus [14]. W modelach tych całkowita erozja wydmy jest wyznaczana jako suma oddziaływań nabiegających fal na brzeg (swash bore). W rezultacie całkowita erozja wydmy w okresie sztormu zależy od częstotliwości i intensywności oddziaływań pojedynczych fal. Oddziaływanie fal opisano matematycznie jako zmiana pędu fali w momencie jej uderzenia o czoło wydmy. Niezbędną do określenia wielkość erodowanego materiału z wydmy dla każdej fali określono na podstawie szerokich badań na modelach hydraulicznych, głównie w kanałach falowych. Badania te, Overton i inni [15, 16, 17] pokazały, między innymi, znaczny wpływ średnicy ziaren materiału na wytrzymałość wydmy na rozmycie. Generalnie im mniejsza średnica ziaren, tym większa erozja wydmy dla takich samych parametrów falowania. Zależność ta jest nieliniowa. Pomiary erozji wydmy dla średnic $D_{50} = 0.22$ mm i $D_{50} = 0,278$ mm, Overton i inni [17], wykazały znaczną różnicę w wielkości erozji wydmy. Z kolei pomiary dla średnic $D_{50} = 0,23 \text{ mm i} D_{50} = 0,33 \text{ mm}$, Overton i inni [16], wykazały niewielkie różnice w wielkości erozji wydmy.

Przedstawiony w pracy Roelvink i inni [18] model obliczający erozję wydmy (tak zwany model *Xbeach*) należący do grupy tak zwanych modeli typu "*wave impact theory*" (teorii uderzeń fali) można uznać za swego rodzaju podsumowanie wszystkich wcześniejszych prac. Celem opracowanego w Holandii modelu jest określenie wielkości przebudowy strefy brzegowej, plaży i wydmy w odpowiedzi na zadane warunki falowe na głębokiej wodzie.

W modelu *Xbeach* [18] podstawowe moduły niezbędne do obliczenia zmian morfologicznych podbrzeża i nadbrzeża w warunkach sztormowych są następujące:

 moduł falowy, w którym z równania zachowania strumienia energii (równanie zachowania działania falowego) obliczana jest transformacja i załamanie fal w strefie brzegowej,

- moduł prądowy, w którym rozwiązanie równań zachowania masy i pędu pozwala obliczyć pole prędkości i kierunków przepływu wody w strefie brzegowej,
- moduł transportu rumowiska, w którym rozwiązanie równania adwekcyjno-dyfuzyjnego prowadzi do obliczenia koncentracji, transportu osadów i zmian morfologicznych w strefie brzegowej,
- moduł przebudowy dna.

Moduł falowy

Podstawowym równaniem opisującym falowanie jest równanie zachowania działania falowego:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial c_x A}{\partial x} + \frac{\partial c_y A}{\partial y} + \frac{\partial c_\theta A}{\partial \theta} = -\frac{D_w}{\sigma}$$
(6)

$$A(x, y, t, \theta) = \frac{S_w(x, y, t, \theta)}{\sigma(x, y, t)}$$
(7)

$$S_{w} = \frac{1}{8}\rho \cdot g \cdot H^{2} \tag{8}$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{T} \tag{9}$$

- t, x, y, θ odpowiednio czas, odległość wzdłuż osi OX (prostopadłej do brzegu), odległość wzdłuż osi OY (równoległej do brzegu), kąt podchodzenia fali,
- H, T wysokość i okres fali.

gdzie:

Należy podkreślić, że w tym opisie działanie falowe A jest nie tylko funkcją czasu i zmiennych poziomych płaszczyzny OXY, ale także zależy od kąta podchodzenia fali θ i częstości kołowej fali σ . Oznacza to, że w danej chwili czasowej w danym punkcie siatki XY mamy do czynienia z macierzą rozkładu energii falowania zależną od kąta podchodzenia fali oraz od okresu fali.

Wielkość dyssypacji energii ruchu falowego jest wyznaczana jako suma dyssypacji wynikającej z załamywania się fal oraz w wyniku tarcia o dno. Określenie wielkości dyssypacji energii załamujących się fal *D* jest wzorowane na pracy Battjesa i Janssena [3], choć swą ostateczną formę zawdzięczają Baldock'owi i innym [2]:

$$D = \frac{1}{4} \alpha \cdot Q_b \cdot \rho \cdot g \cdot f_{rep} \cdot (H_b + H_{rms})$$
(10)

gdzie:

$$Q_b = \exp\left(-\frac{H_b^2}{H_{rms}^2}\right) \tag{11}$$

$$H_{b} = \frac{0.88}{k} \tanh\left(\frac{\gamma \cdot k \cdot h}{0.88}\right) \tag{12}$$

 α – empiryczny współczynnik rzędu O (1),

- $Q_{\scriptscriptstyle b}-$ czynnik charakteryzujący procent fal załam
anych i załamujących się w danym punkcie,
- $H_{\rm b}-$ maksymalna wysokość fali załamującej się w danym punkcie,

k – liczba falowa,

h – głębokość,

γ – współczynnik załamania fali,

 f_{ren} – średnia częstotliwość fali.

Drugim elementem dyssypacji jest tarcie o dno opisane zależnością:

$$D_f = \frac{2}{3\pi} \rho \cdot f_w \left(\frac{\pi \cdot H_{rms}}{T \cdot \sinh(k \cdot h)} \right)^3$$
(13)

gdzie:

 f_w – jest współczynnikiem tarcia.

W modelu również dostępny jest czynnik dyssypacji związany z tarciem o porośnięte roślinnością dno.

Oprócz tych parametrów wyliczane są również naprężenia radiacyjne:

$$S_{xx}(x, y, t) = \int \left(\frac{c_g}{c} \left(1 + \cos^2 \theta\right) - \frac{1}{2}\right) S_w d\theta \tag{14}$$

$$S_{xy}(x, y, t) = S_{yx}(x, y, t) = \int \sin \theta \cos \theta \left(\frac{c_g}{c}\right) S_w d\theta \qquad (15)$$

$$S_{yy}(x, y, t) = \int \left(\frac{c_g}{c} \left(1 + \sin^2 \theta\right) - \frac{1}{2}\right) S_w d\theta \tag{16}$$

a z nich siły falowe:

$$F_{x}(x, y, t) = -\left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y}\right)$$
(17)

$$F_{y}(x, y, t) = -\left(\frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y}\right)$$
(18)

które są łącznikiem z kolejnym etapem – wyliczeniem prądów pochodzenia falowego.

Równanie (6) jest rozwiązywane za pomocą jawnego schematu numerycznego Eulera. W wyniku tych obliczeń dla każdego węzła siatki numerycznej otrzymuje się następujące wielkości: wysokości fali, azymuty średniego kąta podchodzenia fali do brzegu, przestrzenno-kierunkowy rozkład energii falowania, prędkości grupowe i fazowe, wielkości dyssypacji energii falowania w wyniku załamywania się fal i tarcia o dno oraz wielkości naprężeń radiacyjnych.

Moduł prądowy

W module prądowym obliczane są prądy pochodzenia falowego występujące w strefie brzegowej morza. W strefie tej, to jest począwszy od głębokości mniejszych od połowy długości fali, falowanie ulega transformacji, a wreszcie załamaniu. Zjawisko to powoduje generację nowych form ruchu, jakimi są prądy pochodzenia falowego występujące w strefie brzegowej.

Prądy morskie występujące na głębokowodnych obszarach mórz w strefie brzegowej ulegają znacznej transformacji, a ich udział w całkowitym przepływie wody w tej strefie wyraźnie maleje. Podsumowując, w miarę zbliżania się do brzegu rośnie znaczenie prądów pochodzenia falowego, a maleje znaczenie prądów morskich.

Podstawowym założeniem w modelu Xbeach przy obliczaniu prędkości przepływu wody jest założenie, że całkowity ruch wody podczas falowania można wyrazić jako sumę prądu pochodzenia falowego, prędkości orbitalnych oraz prędkości turbulentnych, to jest:

$$u_i = u_{ip} + \tilde{u}_i + u'_i$$

$$i = 1, 2 \tag{19}$$

zaś składową pionową, przy założeniu nie występowania średniej prędkości przepływu wody w_p , na sumę prędkości orbitalnych i pulsacji:

$$w = \tilde{w} + w' \tag{20}$$

gdzie:

 $u_{ip}\,$ – wolnozmienne składowe przepływu wody, których okresy uśredniania są znacznie dłuższe od okresu fali,

 \tilde{u}_{i}, \tilde{w} – prędkości oscylacyjne (orbitalne) związane z obecnością ruchu falowego,

u', w'- turbulentne fluktuacje.

Uśredniając względem czasu T_1 iloczyny skalarne prędkości $(u_i u_j)$ (i, j = 1, 2) oraz $(u_i w)$ (i = 1, 2), w których okresy uśredniania są znacznie większe od okresów pulsacji oraz znacznie mniejsze od okresów fali, można w pierwszym przybliżeniu, ze względu na odmienne źródła generacji poszczególnych składowych prędkości, założyć brak korelacji pomiędzy następującymi momentami:

gdzie:

 $\langle \rangle$ – oznacza uśrednianie względem czasu T_1 ,

 T_1 – okres uśredniania spełniający warunek: $T_{turb} \ll T_1 \ll T$,

 T_{turb} – okres turbulentnej pulsacji prędkości,

T – okres fali.

Przy wykorzystaniu założeń *Generalized Lagrangian Mean* – *GLM* ([1, 30]) równania zachowania pędu i masy sprowadzają się do następujących równań:

$$\frac{\partial u^{L}}{\partial t} + u^{L} \frac{\partial u^{L}}{\partial x} + v^{L} \frac{\partial u^{L}}{\partial y} - fv^{L} - \upsilon_{h} \left(\frac{\partial^{2} u^{L}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} u^{L}}{\partial y^{2}} \right) =$$
$$= \frac{\tau_{sx}}{\rho h} - \frac{\tau_{bx}^{E}}{\rho h} - g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{F_{x}}{\rho h}$$
(22)

$$\frac{\partial v^{L}}{\partial t} + u^{L} \frac{\partial v^{L}}{\partial x} + v^{L} \frac{\partial v^{L}}{\partial y} - fu^{L} - \upsilon_{h} \left(\frac{\partial^{2} v^{L}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} v^{L}}{\partial y^{2}} \right) =$$

$$=\frac{\tau_{sy}}{\rho h} - \frac{\tau_{by}^{L}}{\rho h} - g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{F_{y}}{\rho h}$$
(23)

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial h u^L}{\partial x} + \frac{\partial h v^L}{\partial y} = 0$$
(24)

gdzie:

-

- współczynnik Coriolisa,
- v_h współczynnik lepkości obliczany z modelu Smagorinskiego [20],

 $\tilde{\tau}_{sx}$, τ_{sy} – naprężenia styczne na powierzchni zwierciadła wody związane z obecnością wiatru,

 τ_{bx} , τ_{by} – naprężenia styczne na dnie,

- swobodne wzniesienie zwierciadła wody. η
- prędkości w sensie Lagrange'a, L
- E predkości w sensie Eulera.

Wartości naprężeń t na powierzchni zwierciadła wody są wyznaczane w funkcji prędkości wiatru z klasycznych zależności:

$$\tau_{sx} = \rho_a \cdot C_d \cdot W \left| W_x \right| \tag{25}$$

$$\mathbf{\tau}_{sy} = \boldsymbol{\rho}_a \cdot \boldsymbol{C}_d \cdot \boldsymbol{W} \left| \boldsymbol{W}_y \right| \tag{26}$$

gdzie:

- ρ_a gęstość powietrza,
- współczynnik oporu powietrza, С,

W - prędkość wiatru.

Z kolei wartość naprężeń stycznych τ_{h} na dnie jest wyznaczany z zależności:

$$\tau_{bx}^{E} = c_{f} \cdot \rho \cdot u^{E} \sqrt{(1, 16 \cdot u_{rms})^{2} + (u^{E})^{2} + (v^{E})^{2}}$$
(27)

$$\tau_{by}^{E} = c_{f} \cdot \rho \cdot v^{E} \sqrt{(1, 16 \cdot u_{rms})^{2} + (u^{E})^{2} + (v^{E})^{2}}$$
(28)

gdzie:

ρ – gęstość wody,

- średniokwadratowa maksymalna prędkość orbitalna przy dnie,

- współczynnik tarcia o dno.

Prędkości w układzie Lagrange'a są powiązane z prędkościami w układzie Eulera następującymi relacjami:

$$u^L = u^E + u^S \tag{29}$$

$$v^L = v^E + v^S \tag{30}$$

gdzie:

indeks S oznacza dryf Stokesa:

$$u^{s} = \frac{E \cdot \cos \theta}{\rho \cdot h \cdot c} \tag{31}$$

$$v^{s} = \frac{E \cdot \sin \theta}{\rho \cdot h \cdot c} \tag{32}$$

gdzie:

- $\frac{1}{2}\rho \cdot g \cdot H^2$ energia fali, E =
- c prędkość fazowa fali,
- h głębokość wody,
- θ kąt podchodzenia fali do brzegu.

Równania (22) i (23) są rozwiązywane jawnym schematem numerycznym Eulera (jawny schemat różnic skończonych) poprzez wyznaczenie prędkości u, v oraz η w kolejnym kroku czasowym z wartości w kroku poprzednim:

$$u_{t+1} = u_t + f(u_t, v_t, \eta_t, ...)$$
(33)

$$u_{t+1} = u_t + g(u_{t+1}, v_t, \eta_t, ...)$$
(34)

$$\eta_{t+1} = \eta_t + h(u_{t+1}, v_{t+1}, \eta_t, ...)$$
(35)

Z postaci powyższych zależności widać, że algorytm rozwiązujący układ równań ustawiono w ten sposób, że prędkości u w kolejnym kroku czasowym (t + 1) są wyznaczane na podstawie obliczonych prędkości u, v oraz wzniesień zwierciadła wody η w poprzednim kroku czasowym. Z kolej prędkości v w kolejnym kroku czasowym (t + 1) są wyznaczane na podstawie obliczonych prędkości *u* w kroku czasowym (t + 1) oraz prędkości v i wzniesień zwierciadła wody n wyznaczonych w poprzednim kroku czasowym. Natomiast wzniesienia zwierciadła wody n są wyznaczane na podstawie obliczonych prędkości u i v w kroku czasowym (t+1) oraz wzniesień zwierciadła wody η wyznaczonych w poprzednim kroku czasowym.

Moduł transportu rumowiska

Wielkość transportu osadów jest opisywana uśrednionym po głębokości i okresie fali równaniem adwekcyjno-dyfuzyjnym:

$$\frac{\partial hC}{\partial t} + \frac{\partial hCu^{E}}{\partial x} + \frac{\partial hCv^{E}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{h}h\frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{h}h\frac{\partial C}{\partial y} \right) =$$
$$= \frac{hC_{eq} - hC}{T_{s}}$$
(36)

$$T_s = \max\left(0,05\frac{h}{w_s};0,02\right) \tag{37}$$

gdzie:

C – uśredniona po głębokości i okresie fali koncentracja osadów,

- D_{μ} współczynnik dyfuzji osadów,
- T_s tak zwany czas adaptacji wyrażony w funkcji prędkości opadania osadu na dno (czas adaptacji T jest to czas potrzebny do przebycia przez opadające osady na głębokości równej 0,05h, przy czym czas ten nie powinien być mniejszy niż 0,02 sekundy),
- $C_{\scriptscriptstyle eq}-$ tak zwana koncentracja równowagi Soulsby'ego-van Rijna [21] opisana zależnościa:

$$C_{eq} = \frac{A_{sb} + A_{ss}}{h} \left(\left(\left| u^{E} \right|^{2} + 0,018 \frac{u_{rms}^{2}}{C_{d}} \right)^{0.5} - u_{cr} \right)^{2.4} \left(1 - \alpha_{b} \cdot m \right)$$
(38)

gdzie:

u_{cr}

- odpowiednio współczynniki osadów wleczonych i zawieszonych, A_{sb}, A_{sc} które są funkcją średnicy ziaren, gęstości osadu i głębokości wody, $u_{rms} C_d$ - maksymalna prędkość orbitalna przy dnie,

- współczynnik oporu,

- prędkość progowa (krytyczna), po przekroczeniu której rozpoczyna się transport rumowiska,

 $(1 - \alpha_{h} \cdot m)$ – poprawka koncentracji równowagi związana z nachyleniem dna,

- nachylenie dna, m

- współczynnik kalibracyjny. α_{ι}

Wyrażenie po prawej stronie równania adwekcyjno-dyfuzyjnego (36) opisuje tak zwane źródła i upusty (np. sztuczne zasilanie, prace pogłębiarskie), jakie mogą być dodatkowo uwzględnione przy obliczeniach dla konkretnego odcinka brzegu morskiego.

Koncentracja równowagi C_{ea} jest koncentracją, dla której w konkretnych lokalnych warunkach hydrodynamicznych, batymetrycznych i morfologicznych tyle samo osadu osiada na dnie co jest podrywane, innymi słowy koncentracja nie zmienia się, jest w równowadze. Natomiast kiedy rzeczywista koncentracja jest większa od wartości Cea, to więcej osadów opada na dno niż jest podrywanych i wyrażenie (38) staje się ujemne, a koncentracja w czasie maleje (zmierza do koncentracji równowagi). Natomiast, gdy rzeczywista koncentracja jest mniejsza od wartości C_{ea} , to więcej osadów jest podrywanych niż opada. Przy stałych w czasie wymuszeniach hydrodynamicznych rzeczywista koncentracja osadów zmierza do koncentracji równowagi.

Przebudowa dna

Związek pomiędzy przebudową dna w określonym czasie a intensywnością transportu osadów w kierunku do- i odbrzegowym oraz wzdłużbrzegowym jest opisany w ogólnej postaci równaniem ciągłości ruchu osadów, tak zwane równanie jednej linii:

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{f_{mor}}{(1-p)} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right) = 0$$
(39)

gdzie:

 z_{h} – poziom dna,

- p porowatość gruntu,
- f_{mor} współczynnik poprawkowy "przyspieszający" obliczane zmiany batymetrii.

Jeżeli na przykład w obliczeniach jako czas symulacji przyjmiemy 6 minut, a jednocześnie przyjmiemy współczynnik $f_{mor} = 10$, to obliczone zmiany batymetryczne będą odpowiadały czasowi symulacji równej 1 godzinie. Chcąc otrzymać w pełni wiarygodne wyniki obliczeń, należy przyjmować wartość współczynnika $f_{mor} = 1$. Oznacza to jednak znaczne wydłużenie czasu obliczeń. Określenie optymalnej wartości współczynnika f_{mor} dla konkretnego odcinka brzegu wymaga kalibracji modelu *Xbeach*.

Wielkości natężenia transportu osadów q_x (w kierunku prostopadłym do brzegu) i q_y (w kierunku równoległym do brzegu) wyznaczane są z zależności:

$$q_{x}(x, y, t) = \left(\frac{\partial (h \cdot C \cdot u^{E})}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(D_{h} \cdot h\frac{\partial C}{\partial x}\right)\right)$$
(40)

$$q_{y}(x, y, t) = \left(\frac{\partial (h \cdot C \cdot v^{E})}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y}\left(D_{h} \cdot h\frac{\partial C}{\partial y}\right)\right)$$
(41)

Model *Xbeach* umożliwia obliczanie przebudowy nadbrzeża (plaży i wydmy), to jest "wyjścia" z obliczeniami poza obszar cały czas znajdujący się pod wodą. Oznacza to, że obliczenia przebudowy profilu brzegowego nie kończą się na ostatnim znajdującym się pod wodą węźle siatki numerycznej, ale że obliczone zmiany głębokości wpływają także na zmiany rzędnych w węzłach siatki usytuowanych nad wodą. W modelu obliczenia te są wykonywane przy pomocy stosunkowo prostego mechanizmu, który nazwano lawinowanie (ang. *avalanching*).

Podczas obliczeń model sprawdza, czy dla danego kroku czasowego aktualnie wyznaczona nowa rzeźba terenu nie przekracza dopuszczalnego maksymalnego kąta nachylenia stoku:

$$\left|\frac{\partial z_b}{\partial x}\right| > m_{cr} \tag{42}$$

Jeżeli stok jest zbyt stromy pojawia się "lawina", czyli następuje obsypanie się stoku w taki sposób, żeby nowy kąt nachylenia stoku nie przekraczał kąta dopuszczalnego. Obsypanie polega na obliczeniu zmiany rzędnej terenu:

$$\Delta z_b = \min\left(\left(\left|\frac{\partial z_b}{\partial x}\right| - m_{cr}\right) \Delta x; 0,05\Delta t\right)$$
(43)

a następnie dodaniu i odjęciu tej zmiany od dwóch węzłów siatki tworzących stromy stok.

$$z_{b\,i,j}^{t+1} = z_{b\,i,j}^t + \Delta z_{b\,i,j} \tag{44}$$

$$z_{b\,i+1,j}^{t+1} = z_{b\,i+1,j}^{t} - \Delta z_{b\,i,j} \tag{45}$$

Zmiana rzędnej odejmowana jest od wyższego węzła a dodawana do niższego tak, że po operacji pochylenie stoku zmniejsza się o $2\Delta z_b$.

Wartość $0,05\Delta t$ we wzorze (41) jest sztucznie dodawana, tak, żeby obliczane zmiany rzędnych nadbrzeża nie były zbyt raptowne.

OBSZAR ANALIZY

Geomorfologia

Obszarem analizy jest wydma piaszczysta położona w rejonie Morskiego Laboratorium Brzegowego IBW PAN w Lubiatowie (MLB Lubiatowo) (gmina Choczewo, województwo Pomorskie - rys. 2). Brzeg morski w tym rejonie charakteryzuje się łagodnym pochyleniem dna ($\beta \approx 0.015$) i zbudowany jest z drobnoziarnistego piasku kwarcowego o średniej średnicy oscylującej wokół wartości $D_{50} \approx 0,22$ mm. W analizowanym obszarze brzegowym występują 3 ÷ 4 stabilne rewy. Pierwsza rewa występuje około RI ~ 80 ÷ 120 m od linii brzegowej, druga około RII ~ 170 ÷ 230 m, trzecia RIII ~ 300 ÷ 380 m, a czwarta i ewentualnie piąta zwykle tworzy jedną większą, zmieniającą się formę w odległości RIV ~ 650 ÷ 850 m od brzegu (rys. 3). Oprócz quasi-stabilnych rew w analizowanym obszarze obserwuje się okresowe występowanie na głębokości około 1 m (odległość od brzegu około 50 m) dodatkowo jednej efemerycznej rewy R0, mającej charakter płaskiego podwodnego wypłycenia, które ulega ciągłej migracji w kierunku od- i dobrzegowym [22, 23, 24]. Na rys. 2 przedstawiono przestrzenny układ profili batymetryczno-tachimetrycznych w rejonie MLB Lubiatowo, dla których wykonano obliczenia przebudowy profili wydmy. Było to sześć profili pomiarowych usytuowanych w odległości 100 m od siebie o kolejnych numerach 03, 04, 05, 06, 07 i 08.

System wydm analizowanego odcinka brzegu zbudowany jest z piasku o średnicach od 0,16 do 0,25 mm. W wyniku selekcji podczas transportu na szczyt wydmy dostaje się drobniejszy i lepiej obtoczony osad, a obniżenia zbudowane są zwykle z grubszego materiału deflacyjnego. Znaczną powierzchnię analizowanego odcinka brzegu zajmują pokrywy eoliczne o deniwelacjach 2 ÷ 3 m. W części wschodniej analizowanego obszaru znajdują się nieregularne wzniesienia wydmowe o deniwelacjach od 10 do 20 m n.p.m. Rzedna podstawy nieregularnych wzniesień znajduje się na wysokości od 1 do 2 m n.p.m. W obrębie odcinków akumulacyjnych szerokość plaży jest większa od 50 m. Na odcinkach niszczonych szerokość plaży nie przekracza 50 m. Na odcinkach akumulacyjnych występują trzy generacje wydm. Wydma najstarsza, utrwalona, porośnięta lasem; wydma młodsza, częściowo utrwalona i wydma przednia aktualnie tworząca się. W celu ochrony brzegów w analizowanym obszarze stosuje się zabudowę biologiczną: płotki faszynowe i umacnianie wydmy przedniej wydmuchrzycą [12].

Geologia

W analizowanym obszarze w podłożu osadów czwartorzędowych zalegają osady paleogenu i neogenu [19] reprezentowane przez:

- mułowce, mułki, iły oraz piaski pylaste z glaukonitem eocenu górnego i oligocenu,
- mioceńskie mułki i piaski z wkładkami iłów i cienkimi przerostami węgli brunatnych.

W obszarze lądowym glina zwałowa zlodowacenia północnopolskiego występuje na wysokościach poniżej 10 m p.p.m. Powyżej zalega seria plejstoceńskich osadów piaszczystych



Rys. 2. Rejon Morskiego Laboratorium Brzegowego w Lubiatowie (MLB), analizowana wydma oraz oznaczone położenie profili obliczeniowych/pomiarowych



wodnolodowcowych, reprezentowanych przez piaski wapniste d z domieszką żwirów, o zróżnicowanym uziarnieniu, zawierające n faunę morską. Warstwa tych osadów zalega także w podbrzeżu, 2 gdzie od $7 \div 8$ m p.p.m stanowi podłoże współczesnych piasków

dane pomiarowe zarejestrowane przed, w trakcie i po wystąpieniu huraganu Ksawery, który wystąpił w dniach $6 \div 8$ grudnia 2013 roku.

Opis huraganu Ksawery

OBLICZENIA

W celu obliczenia abrazji wydmy piaszczystej w rejonie MLB Lubiatowo wykorzystano model numeryczny *Xbeach* oraz

Nad obszarem północno-zachodniego Atlantyku i morza Północnego powstał silny ośrodek niżowy, który przemieszczał się na wschód, dochodząc w dniach 4 ÷ 14 grudnia 2013 roku do obszarów południowego i środkowego Bałtyku. Układ ten,

morskich.



Rys. 4. Przekrój geologiczny strefy brzegowej w rejonie MLB [25, 26]



Rys. 5. Cyrkulacja wiatrowa w dniu 6 grudnia 2013 roku (godzina 12:00), według www.icm.edu.pl

związany z gwałtownym spadkiem ciśnienia atmosferycznego w jego centrum, wytworzył gwałtowną północno-zachodnią cyrkulację powietrza z bardzo silnymi wiatrami (rys. 5). Podczas huraganu plaża znajdowała się pod wodą (rys. 6).



Rys. 6. Zalana plaża w MLB Lubiatowo w dniu 7 grudnia 2013 roku, godz. 13.00 (fot. M. Skaja)

Falowanie w pierwszej dekadzie grudnia związane z przejściem huraganu Ksawery charakteryzowało się wystąpieniem trzech kolejnych sztormów. Pierwszy z nich o wysokościach fali znacznej $H_s = 2 \div 3$ m i maksymalnej H_{max} z przedziału $4 \div 5$ m miał miejsce w nocy z 4 na 5 grudnia. Drugi, najsilniejszy sztorm, który miał miejsce $6 \div 8$ grudnia charakteryzował się falami znacznymi o wysokościach $H_s = 4 \div 5$ m i falami maksymalnymi $H_{max} = 6 \div 8$ m. I wreszcie trzeci z nich, który wystąpił w godzinach nocnych z 9 na 10 grudnia był słabszy o wysokościach $H_s \approx 2$ m i $H_{max} = 3 \div 4$ m. W całym tym okresie dominującym kierunkiem podchodzących do brzegu fal był kierunek północny. W praktyce oznaczało to, że fale nabiegały prawie prostopadle na brzeg. Na rys. 7 pokazano parametry fal



Rys. 7. Pomierzone na głębokości około 20 m w rejonie MLB Lubiatowo parametry falowania w czasie przejścia huraganu Ksawery nad Bałtykiem



Rys. 8. Poziomy wody w rejonie MLB Lubiatowo w czasie przejścia huraganu Ksawery nad Bałtykiem

głębokowodnych mierzonych na głębokości około 20 m boją falową w okresie od 4 do 14 grudnia 2013 roku.

Z kolei na rys. 8 pokazano, dla tego samego okresu, uśrednione poziomy wody pomierzone w Łebie i we Władysławowie. Na podstawie wykonanych w poprzednich latach bezpośrednich pomiarów poziomów wody w MLB Lubiatowo i porównywaniu ich z pomiarami wykonywanymi w obu wspomnianych powyżej portów stwierdzono, że poziomy wody w Lubiatowie mogą być obliczane jako średnia ważona z pomiarów realizowanych w Łebie (70%) i we Władysławowie (30%). Z przedstawionych na rys. 8 przebiegów poziomów wody widać, że dla pierwszego okresu sztormowego poziom wody osiągnął maksymalną wartość równą 540 cm. W drugim, najsilniejszym okresie sztormowym maksymalny poziom wody wyniósł 590 cm, a w trzecim około 560 cm.





Obliczenia

Obliczenia przebudowy wydmy dla okresu $4 \div 14$ grudnia 2013 roku wykonano modelem numerycznym *Xbeach*. Na granicy odmorskiej każdego profilu batymetryczno-tachimetrycznego (głębokości około 20 m) zadawano reprezentatywne dla każdej godziny statystyczne głębokowodne parametry fali (wysokość fali znacznej, okres piku i azymut kąta podchodzenia fali) i poziomy wody (rys. 7 i 8), a następnie obliczano transformację fali do brzegu i niszczenie wydmy. W przeprowadzonych obliczeniach krok czasowy obliczeń Δt był wyznaczany automatycznie na podstawie zadanych wartości Δx i Δy , tak, aby liczba Couranta nie przekraczała wartości 0,35.

Wyniki obliczeń

Porównanie obliczonej i pomierzonej przebudowy plaży i wydmy w wyniku przejścia huraganu Ksawery nad Bałtykiem pokazano na rys. 9a ÷ f.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W obliczeniach wykorzystano następujące tachimetryczne dane pomiarowe:

- wykonany późną jesienią w 2012 roku skaning laserowy obejmujący plażę i wydmę (łącznie z jej koroną) na całym odcinku polskiego brzegu podlegającym administracyjnie Urzędowi Morskiemu w Gdyni,
- wykonane w MLB Lubiatowo w dniu 8 listopada 2013 roku pomiary tachimetryczne obejmujące plażę i stopę wydmy w profilach 03 ÷ 08,
- wykonane w MLB Lubiatowo w dniu 3 stycznia 2014 roku pomiary tachimetryczne obejmujące plażę i stopę wydmy w profilach 03 ÷ 08.

Połączone profile plaży z 2013 roku z profilami wydmy z 2012 roku przyjęto do obliczeń jako początkowe profile tachimetryczne 03 ÷ 08. Natomiast profile plaży ze stycznia 2014 roku przyjęto jako końcowe pomierzone profile, z którymi porównywano obliczoną przebudowę plaży i erozję wydmy po przejściu huraganu Ksawery. Przyjęty do obliczeń układ batymetryczny dna pochodził z pomiarów sondażowych zrealizowanych w dniu 4 lipca 2013 roku.

W analizie zjawisk związanych z mechaniką i inżynierią brzegów morskich niezmiernie rzadko zdarza się, aby pomiary batymetryczno-tachimetryczne wykonano dokładnie przed i po przejściu bardzo silnego sztormu, typu Ksawery, powodującego w efekcie znaczną erozję wydmy. Z reguły, podobnie jak i w opisywanej sytuacji, pomiary batymetryczne i tachimetryczne pochodzą z różnych okresów obejmujących także tylko pewne fragmenty brzegu. Na przykład w polskich warunkach pełen pomiar plaży i wydmy jest wykonywany w ramach statutowych obowiązków Urzędów Morskich w postaci skaningu laserowego. Pomiar taki raz na kilka lat jest głównie realizowany, ze względu na zapewnienie jak najlepszej widzialności, późną jesienią, kiedy opadną liście z drzew. Natomiast lokalne pomiary tachimetryczne w rejonie MLB Lubiatowo są wykonywane w cyklu miesięcznym, ale ograniczone przestrzennie tylko do podstawy wydmy. Natomiast pomiary batymetryczne są realizowane nie częściej niż $1 \div 2$ razy w roku.

W praktyce oznacza to, że w wykonywanych symulacjach numerycznych przyjmowane układy batymetryczne dna strefy brzegowej oraz rzędne nadbrzeża (plaży i wydmy) jako początkowe i końcowe (pomierzone przed i po sztormie/sztormach) pochodzą z różnych, nierzadko nawet bardzo przesuniętych w czasie, pomiarów. Dla tego rodzaju danych pomiarowych poprawna kalibracja modeli numerycznych jest niezmiernie utrudniona, jeżeli nawet wręcz niemożliwa.

Z przedstawionych na powyższych rysunkach porównań obliczonych i pomierzonych zmian ukształtowania plaży i położenia stopy wydmy wynika, że:

- dla profili pomiarowych 03, 04, 05, 06, 08 rzeczywiste cofnięcie wydmy było większe, rzędu 10 ÷ 16 m od obliczonych wielkości zawartych w przedziale 2 ÷ 13 m,
- dla profilu pomiarowego 07 obliczone i rzeczywiste wielkości zniszczenia wydmy były podobne.

Otrzymane błędy pomiarowe należy wiązać przede wszystkim z ograniczeniem związanym z wykonywaniem obliczeń w profilach (1D). Wykonywanie obliczeń 2D powinno umożliwić uwzględnienie przestrzennych niejednorodności wystepujących na naturalnym brzegu morskim.

LITERATURA

1. Andrews, D. G., & Mcintyre, M. E.: An exact theory of nonlinear waves on a Lagrangian-mean flow. Journal of Fluid Mechanics, 89, 609,1978.

2. Baldock, T. E., Holmes, P., Bunker, S., van Weert, P.: Cross-shore hydrodynamics within an unsaturated surfzone. Coastal Engineering, 34, 1998, 173-196.

3. Battjes J. A., Janssen J. P.F. M.: Energy loss and set-up due to breaking of random waves} Proc. 16th Conf. Coastal Eng., vol.I, 1978, 569-587.

4. Bruun P.: Sea level rise as a cause of shore erosion. Journal of Waterways and Harbors Division 88 (1), 1962, 117-130.

5. Dean R. G., Maurmeyer E. M.: Models for beach profile response. In: Komar P. (Ed.) Handook of Coastal Processes and Erosion. CRC Press, Boca Ranon, 1983, 151-165.

6. Dune – Guide to the Assessment of the Safety of Dunes as a Sea Defence.: Centre for Civil Engineering Research and Codes Technical Advisory Committee on Water Defences, 1989, 1-30.

7. Edelman T.: Dune erosion during storm conditions. Proceedings of the 13th Coastal Engineering Conference, ASCE, 1972, 1305-1311.

 Fisher J. S., Overton M. F.: Numerical model for dune erosion due to wave uprush. Proceedings of the 19th Coastal Engineering Conference ASCE, 1984, 1553-1558.

9. Kriebel D. L., Kraus N. C. Larson M.: Engineering methods for crossshore beach profile response. Proceedeings of Coastal Sediments 91, ASCE, 1991, 557-571.

10. Kriebel D. L., Dean R. G.: Numerical simulation of time-dependent beach and dune erosion. Coastal Engineering 9, pp. 221-245, 1985.

11. Kriebel D. L., Dean R. G.: Convolution method for time-dependent beach profile response. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering 119 (2), 1993, 204-226.

12. Łabuz T. A.: Brzegi wydmowe polskiego wybrzeża Bałtyku (Dune shores of Polish Baltic coast). Czasopismo Geograficzne 76 (1-2): 2005, 19-47.

13. Larson M., Erkson L., Hanson H.: An analytical model to predict dune erosion due to wave impact. Coastal Engineering 51, 2004, 675-696.

 Nishi R., Kraus N. C.: Mechanism and calculation of sand dune erosion by storms. Proceedeings of the 25th Coastal Engineering Conference, ASCE, 1996, 3034-3047.

15. Overton M. F., Fisher J. S., Fenaish T.: Numerical analysis of swash forces on dunes. Proceedeings of the 22nd Coastal Engineering Conference, ASCE, 1987, 2471-2479.

16. Overton M. F., Fisher J. S., Stone A. L. 1990. Large scale laboratory tests of dune erosion. Proceedeings of the 22nd Coastal Engineering Conference, ASCE, 1990, 2471-2479.

17. Overton M. F., Pratikto W. A., Lu J. C., Fisher J. S.: Laboratory investigation of dune erosion as a function of sand grain size and dune density. Coastal Engineering 23, 1994a, 2471-2479.

18. Roelvink D., Reniers A., van Dongeren A., van Thiel de Vries J., Lescinski J, McCall R.: XBeach Model Description and Manual. Unesco-IHE Institute for Water Education, Deltares and Delft University of Technology, version 6, 2010, 1-106.

19. Skompski S.: Szczegółowa mapa geologiczna Polski w skali 1:50 000 wraz z objaśnieniami. Arkusz Choczewo. PIG. Warszawa, 1985.

20. Smagorinsky J.: General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment. Monthly Weather Review, 91, 1963, 99-164. doi:10.1126/science.27.693.594

21. Soulsby R. L.: Dynamics of Marine Sands. London: Thomas Telford Publications, 1997.

22. Szmytkiewicz P., Morawski M., Różyński G.: Cross-Shore numerical model CSHORE for prediction of sand beach and dune erosion – region of Coastal Research Station at Lubiatowo. Inżynieria Morska i Geotechnika, R. 37, nr 6/2016, 333-339.

23. Szmytkiewicz P., Schönhofer J., Szmytkiewicz M.: Zastosowanie modelu XBEACH do obliczania abrazji brzegu wydmowego na przykładzie obszaru położonego w rejonie Morskiego Laboratorium Brzegowego w Lubiatowie. Inżynieria Morska i Geotechnika, R. 38, nr 2/2017, 62-70.

24. Szmytkiewicz P., Zabuski L.: Analysis of dune erosion on the coast of south Baltic Sea with taking into account dune landslide processes. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Vol. 64, No. 1, Gdańsk: IBW PAN, 2017, 3-16.

25. Uścinowicz Sz. Zachowicz J.: Objaśnienia do mapy geodynamicznej polskiej strefy brzegowej Bałtyku południowego w skali 1:10 000. Arkusz Lubiatowo i Białogóra. PIG. Gdańsk, 2007.

26. Uścinowicz Sz., Zachowicz J., Przezdziecki P., Zaleszkiewicz L.: Mapa geodynamiczna polskiej strefy brzegowej Bałtyku południowego 1:200000. Arkusz Lubiatowo. przekroje geologiczne. PIG. Gdańsk, 2007.

27. Van de Graaff J.: Probabilistic design of dunes; an example from the Netherlands. Coastal Engineering 9, 1986, 479-500.

28. Vellinga P.: Beach and dune erosion during storm surges. PhD thesis, Delft Hydraulics Commnications No 372, Delft Hydraulics Laboratory, Delft, The Netherlands, 1986.

29. Waddell E.: A field investigation of swash characteristics. Coastal Engineering in Japan 16, 1973, 61-71.

30. Walstra, D. J. R., Roelvink, J. A., & Groeneweg, J.: Calculation of wave-driven currents in a 3D mean flow model. In Proceedings 27th International Conference on Coastal Engineering, 2000, 1050-1063.