Wstępne oszacowanie parametrów wybranych kryteriów wytrzymałościowych dla modelowego piasku "Skarpa" w płaskim stanie odkształcenia

Dr inż. Justyna Sławińska Instytut Budownictwa Wodnego PAN w Gdańsku, Zakład Geomechaniki

PŁASKI STAN ODKSZTAŁCENIA (PSO)

W standardowych aparatach trójosiowych grunt poddawany jest obciążeniom w warunkach osiowosymetrycznych. Próbka gruntu ma kształt walca, zaś naprężenie boczne σ_3 działające na próbkę zadawane jest ciśnieniem wody w komorze (rys. 1a). Często jednak w rzeczywistych problemach geoinżynierskich



Rys. 1. Stan naprężenia: a) osiowosymetryczny, b) pełny trójosiowy

istnieje potrzeba opisu zachowania się gruntu w płaskim stanie odkształcenia, co wiąże się z opisem gruntu w pełnym trójwymiarowym stanie naprężenia (rys. 1b). Przeprowadzenie badań w płaskim stanie odkształcenia umożliwia Aparat Prawdziwie Trójosiowy (*True Triaxial Apparatus – TTA*).

APARAT PRAWDZIWIE TRÓJOSIOWY

Aparat Prawdziwie Trójosiowy umożliwia badanie próbek gruntu w kształcie prostopadłościanu i pozwala na niezależną kontrolę naprężeń głównych σ_1 , σ_2 , σ_3 działających odpowiednio w kierunkach głównych: x_1 , x_2 , x_3 (rys. 2). Płaski stan odkształcenia (PSO) badanej próbki gruntu jest wymuszany poprzez zadanie stałego położenia płyt bocznych (w kierunku x_2) w trakcie doświadczenia. Zgodnie z przyjętą konwencją odpowiednie naprężenia główne są następujące: σ_1 – naprężenie pionowe, σ_2 , σ_3 – naprężenia boczne, gdzie σ_2 jest naprężeniem pośrednim. W warunkach PSO istnieje możliwość zadawania naprężeń σ_1



Rys. 2. Schemat obciążeń próbki w Aparacie Prawdziwie Trójosiowym (fot. J. Mierczyński)

i σ_3 . Naprężenie boczne σ_2 może być tylko odczytywane, gdyż w kierunku x_2 zadany jest warunek przemieszczeniowy stałego położenia płyt bocznych. Przyjęta konwencja znaków jest następująca: "plus" oznacza ściskanie, "minus" rozciąganie. Pierwsze opublikowane wyniki badań na gruncie "Skarpa" w warunkach PSO znajdują się w pracy [5].

TENSOR NAPRĘŻENIA I NIEZMIENNIKI

W przestrzeni naprężeń głównych podstawowe niezmienniki tensora naprężenia są następujące:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \tag{1}$$

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3 \tag{2}$$

$$I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \tag{3}$$

Podstawowe niezmienniki dewiatora naprężenia:

$$J_1 = 0 \tag{4}$$

$$J_{2} = \frac{1}{6} \left((\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} \right)$$
(5)

$$J_{3} = \frac{2}{27} (\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3})^{3} + \frac{1}{3} (\sigma_{1}^{3} + \sigma_{2}^{3} + \sigma_{3}^{3}) - \frac{1}{3} (\sigma_{1}^{2} \sigma_{2} + \sigma_{1}^{2} \sigma_{3} + \sigma_{1} \sigma_{2}^{2} + \sigma_{2}^{2} \sigma_{3} + \sigma_{1} \sigma_{3}^{2} + \sigma_{2} \sigma_{3}^{2})$$
(6)

Niezmiennikami często używanymi do opisu stanu naprężenia gruntu są również: naprężenie średnie p, dewiator naprężenia (intensywność naprężenia) q oraz kąt Lodego θ :

$$v = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \tag{7}$$

$$q = \sqrt{3J_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$
(8)

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos\left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}}\right)$$
(9)

Wartość kąta Lodego pozwala na określenie, czy aktualny stan naprężenia odpowiada bardziej warunkom ściskania trójosiowego ($\sigma_2 = \sigma_3 = \text{const} > \sigma_1, \theta = 0^\circ$), rozciągania trójosiowego ($\sigma_1 = \text{const} > \sigma_2 = \sigma_3, \theta = 60^\circ$), czy też warunkom pośrednim panującym na przykład w płaskim stanie odkształcenia [1]. Również parametr Bishopa *b* określa wpływ pośredniej składowej głównej naprężenia i zdefiniowany jest zależnością:

$$b = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} (\theta - 30^\circ) \right)$$
(10)

KRYTERIA GRUNTÓW WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH NA ŚCINANIE DLA GRUNTÓW NIESPOISTYCH

Kryterium Coulomba-Mohra

Kryterium wytrzymałości Coulomba-Mohra (C-M) na ścinanie gruntów niespoistych jest opisane równaniem:

$$F_{CM} = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi_{C-M} = 0$$
(11)

gdzie:

$$\sigma_3$$
 – minimalne naprężenie główne,

 σ_1 – maksymalne naprężenie główne,

 ϕ – kąt tarcia wewnętrznego.

Kryterium Druckera-Pragera

Drucker i Prager (D-P) zaproponowali warunek graniczny w postaci stożka opisanego lub wpisanego w ostrosłup C-M. Warunek ten dla gruntu niespoistego ma postać:

$$F_{DP} = \frac{\sqrt{J_2}}{I_1} + \kappa_{DP} = 0 \tag{12}$$

Kryterium Matsuoki-Nakaiego

Matsuoka i Nakai (1974) podali warunek stanu granicznego (M-N) dla ośrodków sypkich w postaci:

$$F_{MN} = \frac{I_1 I_2}{I_3} + \kappa_{MN} = 0$$
(13)

Kryterium to opracowano na podstawie teorii tzw. przestrzennej mobilizacji płaszczyzny ścinania (*Spatially Mobilized Plane – SMP*), [3, 4].

Kryterium Ladego-Duncana

$$F_{L-D} = \frac{I_1^3}{I_3} + \kappa_{LD} = 0 \tag{14}$$

Kryterium Ladego-Duncana (L-D) jest związkiem empirycznym powstałym na podstawie opracowania wyników laboratoryjnych na próbkach gruntu w Aparacie Prawdziwie Trójosiowym [2].

Bardziej wnikliwy opis teoretyczny tych kryteriów znajduje się w publikacji [1], gdzie autorzy stosują wybrane kryteria wytrzymałości do obliczeń nośności podłoża.

BADANIA DOŚWIADCZALNE

W celu wstępnego oszacowania wartości parametrów wybranych kryteriów wytrzymałościowych dla modelowego piasku "Skarpa" w PSO autorka przeprowadziła cztery badania na modelowym piasku "Skarpa". Podstawowe właściwości tego gruntu przedstawiono w tabl. 1. Wszystkie próbki formowano metodą depozycji na sucho. Metoda ta polega na usypywaniu gruntu za pomocą lejka umieszczonego na pewnej wysokości. Metodę tę opisano szczegółowo w pracy [4]. Próbki formowano w gumowej membranie umieszczanej w stalowej membranie. W trakcie procesu formowania próbki między membranę a ścianki zadawano podciśnienie około 20 kPa.

W TTA wykonano 4 niezależne doświadczenia, przy czym każde składa się z dwóch faz. Każde doświadczenie przeprowadzono zgodnie z następującą procedurą:

- 1) W fazie 1 grunt ściskano izotropowo do wybranej wartości ciśnienia w komorze.
- 2) Faza 2 dotyczy docelowego badania, gdzie w warunkach PSO ścinano grunt przy zadanej stałej wartości ciśnienia w komorze (stałej wartości naprężenia σ_3) i stałej prędkości deformacji 10%/h (w kierunku x_1). Maksymalna wartość naprężenia σ_1 i odpowiadające mu wartości naprężeń σ_2 , σ_3 służą do wstępnego wyznaczenia wartości parametrów wybranych kryteriów wytrzymałościowych.

Tabl. 1. Charakterystyka piasku "Skarpa"

Parametr	Wartość parametru
średnica miarodajna	$D_{50} = 0,42 \text{ mm}$
wskaźnik uziarnienia	<i>U</i> = 2,5
wskaźnik porowatości minimalnej	$e_{\min} = 0,432$
wskaźnik porowatości maksymalnej	$e_{\rm max} = 0,677$

Wszystkie badania przeprowadzono na gruncie suchym. Zestawienie przeprowadzonych doświadczeń i ich ważnych parametrów znajduje się w tabl. 2, gdzie I_{p}^{PSO} jest to początkowy stopień zagęszczenia gruntu w danej fazie, e^{PSO} to początkowy wskaźnik porowatości, a σ_1^{gr} jest to maksymalna wartość naprężenia pionowego, jaką mógł przenieść grunt w danej fazie, któremu odpowiadają wartości naprężeń: σ_2^{gr} , σ_3^{gr} . Wszystkie parametry w tabl. 2 z indeksem gr odpowiadają wartościom granicznym w danej fazie. Badania przeprowadzono na gruncie o podobnym zagęszczeniu początkowym $I_D \in \langle 0, 465; 0, 55 \rangle$ i podobnej wartości parametru Bishopa: $b^{gr} \in \langle 0, 233; 0, 293 \rangle$, por. tabl. 2. W publikacji [8] wartość parametru *b* (badania wykonane w warunkach PSO) mieści się w podobnym przedziale jak w niniejszej pracy $b \in \langle 0, 25; 0, 35 \rangle$.

WSTĘPNE OSZACOWANIE PARAMETRÓW WYBRA-NYCH KRYTERIÓW WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH

Wstępnie oszacowano wartości parametrów następujących kryteriów izotropowych: Coulomba-Mohra, Druckera-Pragera, Matsuoki-Nakai i Ladego-Duncana. Różnicę pomiędzy tymi kryteriami stanowi wpływ wartości pośredniego naprężenia głównego σ_2 (kąta Lodego) na wytrzymałość na ścinanie. W celu oszacowania tych parametrów wyznaczono ich średnie wartości z wszystkich wykonanych badań. Wyznaczono wartości następujących parametrów:

$$\kappa_{D-P} = \frac{\sqrt{J_2}}{I_1} \tag{15}$$

$$\kappa_{M-N} = \frac{I_1 I_2}{I_3} \tag{16}$$

$$\kappa_{L-D} = \frac{I_1^3}{I_3} \tag{17}$$

$$\sigma_{C-M} = \phi_{C-M} = \arcsin\left(\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}\right)$$
 (18)

Tabl. 2. Przeprowadzone badania doświadczalne w warunkach PSO: początkowe parametry gruntu i pomierzone wartości wybranych naprężeń granicznych

к

Nr	Badanie	$I_{_D}^{PSO}$	e^{PSO}	σ_{l}^{gr}	σ_2^{gr}	σ_3^{gr}	p^{gr}	q^{gr}	b^{gr}
1	009_17_CM_5	0,465	0,563	1457,4	710,3	400	856	941,2	0,293
2	014_17_CM_7	0,502	0,554	408,2	172,9	101,4	227,5	278	0,233
5	024_17_CM_11	0,55	0,542	1520,5	661,5	400	860,7	1015,2	0,233
8	033_17_CM_14	0,527	0,548	1119,6	510,9	300,7	643,7	736	0,257

Tabl. 3. Wartości parametrów κ_{D-P} , κ_{M-N} , κ_{L-D} , κ_{C-M} wyznaczone dla każdego z wykonanych doświadczeń

Badanie	$I_{\scriptscriptstyle D}^{PSO}$	e^{PSO}	$\kappa_{C-M} = \phi_{PSO} [^{\circ}]$	κ _{D-P}	κ _{M-N}	κ _{L-D}
009_17_CM_5	0,465	0,563	34,7	0,21	11,8	40,9
014_17_CM_7	0,502	0,554	37	0,24	12,4	44,4
024_17_CM_11	0,55	0,542	35,7	0,23	12,1	42,8
033_17_CM_14	0,527	0,548	35,2	0,22	11,9	41,9



Rys. 3. Wyznaczone średnie wartości parametrów: a) κ_{D-P} , b) κ_{L-D}





Dla każdego przeprowadzonego ścinania (patrz tabl. 2) obliczono wartości tych parametrów. Przedstawiono je w tabl. 3 oraz graficznie na rys. 3 i 4. Na wykresach podano również uśrednione wartości κ_{D-P} , κ_{M-N} , κ_{L-D} , κ_{C-M} oraz odpowiednie parametry statystyczne: odchylenie standardowe *s* oraz współczynnik zmienności *v*.

Odchylenie standardowe określono wyrażeniem:

$$s = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (\kappa_{i} - \kappa)^{2}}}{c_{4}}$$
(19)

gdzie:

n - liczba doświadczeń,

- κ wartość średnia tego parametru,
- c_4 estymator nieobciążony. Współczynnik c_4 jest funkcją liczby doświadczeń opisaną za pomocą wyrażenia:

$$c_{4} = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \approx 1 - \frac{1}{4n} - \frac{7}{32n^{2}}$$
(20)

gdzie: $\Gamma - \Gamma(n) = \int_{0}^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt.$

Względne odchylenie standardowe opisano wyrażeniem:

$$s_r = \frac{s}{\overline{f}} \tag{21}$$

zaś współczynnik zmienności v:

$$v = 100\% \frac{s}{\overline{f}} = 100\% s_r$$
 (22)

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Oszacowano wstępnie wartości parametrów następujących kryteriów wytrzymałościowych: Coulomba-Mohra, Matsuoki-Nakaiego, Druckera-Pragera i Ladego-Duncana. Wartości κ_{D-P} , κ_{M-N} , κ_{L-D} , κ_{C-M} wyznaczono na podstawie badań przeprowadzonych na modelowym piasku "Skarpa" w Aparacie Prawdziwie Trójosiowym w warunkach płaskiego stanu odkształcenia. Doświadczenia przeprowadzono na próbkach gruntu o podobnym zagęszczeniu początkowym: $I_D \in \langle 0, 465; 0, 55 \rangle$ i dla podobnej wartości kąta Lodego (13 ÷ 17°).

Rozpatrzona analiza i wykonane doświadczenia są wstępem do dokładnego wyznaczenia wartości parametrów wspomnianych kryteriów wytrzymałościowych. Należy przeprowadzić dalsze doświadczenia, w których dojdzie do zniszczenia gruntu inną ścieżką naprężenia, dla innych wartości kąta Lodego. Wykonane i opisane badania dotyczyły przypadku, gdzie w danym badaniu wartość kąta Lodego była stała. Ważne jest również porównanie wartości otrzymanych parametrów z wartościami otrzymanymi na podstawie badań osiowosymetrycznych. Jak wiadomo, wartość kąta tarcia w osiowosymetrycznym stanie naprężenia jest mniejsza niż w płaskim stanie odkształcenia, [7].

LITERATURA

1. Cudny M., Binder K.: Kryteria wytrzymałości na ścinanie gruntu w zagadnieniach geotechniki, Inżynieria Morska i Geotechnika, nr 6/2005, 456-465 2. Lade P. V., Duncan J. M.: Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soils, Soil Mechanics and Foundation Division, 99,793-812, 1973.

 $\label{eq:2.2} 3. \quad Matsuoka \ K.: \ Stress-strain \ relationships \ of \ sands \ based \ on \ the \ mobilized \ plane, \ Soils \ and \ Foundations, \ 14, \ 47-61, \ 1974.$

4. Matsuoka H., Nakai T.: Relationship Among Tresca, Mises, Mohr-Coulomb and Matsuoka-Nakai Failure Criteria, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 4, 123-128, 1985.

5. Sawicki A., Sławińska J., Mierczyński J., Smyczyński M.: Mechanical properties of sand: triaxial versus plane strain investigations, Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, 63, 2-3, 2016.,135-156, doi: 10.1515/heem-2016-0009.

6. Sutherland H. B., Mesdary M. S.: The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand, Proc. of $7^{\rm th}$ Int. Conf. on Soils Mechanics and Foundation Eng., 1, 1969, 391-399.

7. Świdziński W.: Mechanizmy zagęszczania i upłynniania gruntów sypkich, IBW PAN, Gdańsk 2006.

8. Wanatowski D., Chu : Drained behaviour of Changi sand in triaxial and plane-strain conditions, Geomechanics and Geoengineering: An International Journal, 2, 1, 2007, 29-39.